Revista Latinoamericana de Etnomatemática
E-ISSN: 2011-5474
revista@etnomatematica.org
Red Latinoamericana de Etnomatemática
Colombia

Albizu, Uzuri; Fernández-Oliveras, Alicia; Oliveras, María Luisa

Acciones etnomatemáticas orientadas a la práctica educativa: una revisión bibliográfica centrada en dos contextos

Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 8, núm. 2, junio-septiembre, 2015, pp. 519-542
Red Latinoamericana de Etnomatemática
San Juan de Pasto, Colombia

Albizu, U., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2015). Acciones etnomatemáticas orientadas a la práctica educativa: una revisión bibliográfica centrada en dos contextos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 519-542.

Artículo recibido el 2 de noviembre de 2014; Aceptado para publicación el 5 de mayo de 2015

Acciones etnomatemáticas orientadas a la práctica educativa: una revisión bibliográfica centrada en dos contextos

Ethnomathematics and educational practice: a literature review focused on two contexts

Uzuri Albizu[1]
Alicia Fernández-Oliveras[2]
María Luisa Oliveras[3]

Resumen

En este artículo describimos e interpretamos teorizaciones etnomatemáticas sobre la institucionalización del conocimiento matemático; exponemos, a su vez, los retos socioeducativos que derivan de estas reflexiones. Tomamos, para ello, dos contextos sociopolíticos como referencia, ejemplificando la forma en la que se afrontan y abordan, desde la práctica, los problemas y desafíos que en ellos se plantean. Este doble análisis (de reflexiones teóricas, por una parte, e investigaciones prácticas, por otra) nos lleva a profundizar en cómo repercute el contexto sociopolítico del que parte una iniciativa etnomatemática en las relaciones que ésta establece entre matemáticas escolares (y/o académicas) y otras etnomatemáticas. Exponemos, a su vez, la herramienta metodológica utilizada para sistematizar el análisis de los trabajos etnomatemáticos (artículos científicos, libros y capítulos de libros) estudiados.

Palabras clave: Etnomatemáticas, institucionalización del conocimiento matemático, contexto sociopolítico, práctica educativa, metodología de investigación.

Abstract

In this article we describe and interpret ethnomathematical theorizing about the institutionalization of mathematical knowledge, and we present the socio-educational challenges that arise from these thoughts. Our approach is to take two sociopolitical contexts as a reference, exemplifying how Ethnomathematics faces and tackles the difficulties and challenges that arise in each of them. This dual analysis of both theoretical and empirical studies lets us deepen our understanding of how the sociopolitical context in which an investigation is situated affects the relationships it establishes between scholarly and/or academic mathematics, and other ethnomathematics. We also describe the methodological tool used for the systematic analysis of the ethnomathematical works (scientific articles, books and book chapters) that comprise the sample studied.

Key-words: Ethnomathematics, institutionalization of mathematical knowledge, sociopolitical context, educational practice, research methodology.

[1] Máster en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada. Granada. España. Email: uzam@correo.ugr.es
[2] Doctora en Física por la Universidad de Granada. Investigadora y Profesora de Didáctica de las Ciencias Experimentales en la Universidad de Granada. Granada. España. Email: alilia@ugr.es
[3] Doctora en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada. Investigadora y Profesora de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada. Granada. España. Email: oliveras@.ugr.es

INTRODUCCIÓN

Knijnik (1996) afirma que la definición de las Etnomatemáticas se construye continuamente a través de los trabajos (tanto empíricos como teóricos) realizados por investigadores que forman parte de este movimiento. El presente artículo forma parte de una investigación más amplia (Albizu, 2014) que buscó contribuir a tal cometido dando una respuesta fundamentada a tres preguntas esenciales: ¿Cuál es, desde la perspectiva etnomatemática, la naturaleza de las matemáticas? ¿Cómo se conciben, desde las Etnomatemáticas, los procesos de producción, transmisión e institucionalización del conocimiento matemático? ¿Qué repercusiones tienen estas concepciones a la hora de incidir en la práctica educativa?

A lo largo de estas páginas recogemos y sintetizamos parte de los frutos de ese trabajo: analizamos, describimos e interpretamos (a) teorizaciones etnomatemáticas sobre la institucionalización del conocimiento matemático; y (b) repercusiones que tienen estas teorizaciones a la hora de incidir en la práctica educativa.

Puesto que un posicionamiento no-absolutista implica entender la Epistemología como una "teoría del conocimiento contextualizado en el grupo sociocultural de los sujetos productores" (Oliveras, 1996, p. 85), el estudio se lleva a cabo partiendo del entorno sociopolítico en el que se ubican los trabajos analizados. Esto permite describir e interpretar de forma situada las teorizaciones arriba mencionadas, formular retos socioeducativos concretos que derivan de estas reflexiones, y ejemplificar la forma en la que se afrontan y abordan, desde la práctica, estos desafíos.

El proceso analítico descrito sienta las bases para ahondar en las interrelaciones entre (a) el contexto sociopolítico del que parte una iniciativa etnomatemática; y (b) las relaciones que ésta establece entre matemáticas escolares (y/o académicas) y otras etnomatemáticas[4].

[4] En este trabajo se utiliza el término *etnomatemáticas* (nombre y minúscula) en el sentido que D'Ambrosio (2008) da a esta palabra; este autor define las etnomatemáticas como las maneras, modos, técnicas o artes (*tica*) de explicar, conocer, entender, y lidiar y convivir con (*matema*) la realidad natural y sociocultural (*etno*) de la que las personas forman parte (D'Ambrosio, 2008). Con *Etnomatemáticas* (mayúscula) se hace referencia al campo de investigación.

METODOLOGÍA

Este trabajo se basa en la comprensión e interpretación de una muestra de documentos científicos, lo cual hace que lo definamos como un estudio hermenéutico y, por ende, cualitativo (Krause, 1995; Pérez-Serrano, 1994).

El estudio se lleva a cabo en tres fases: *análisis*, *descripción*, e *interpretación* de datos.

- En la fase de análisis seleccionamos, leemos y categorizamos los documentos que conforman la muestra. La selección se hace en dos etapas, y con el *muestreo teórico* (Krause, 1995) como protocolo de actuación. En una primera etapa, seleccionamos los primeros documentos, que sirven para sumergirnos en el campo de investigación, y proporcionan criterios para la selección de la segunda submuestra. En la segunda etapa, con la autoría como pauta de selección, ahondamos en los trabajos de etnomatemáticos que destacaron en la primera etapa. Establecemos, de esta manera, a Gelsa Knijnik y Paulus Gerdes como referentes, debido a la cantidad y calidad de sus trabajos en los ámbitos tanto teóricos como prácticos.
- En la fase de descripción examinamos los datos resultantes del análisis para establecer unos patrones que los caractericen.
- En la fase de interpretación integramos y relacionamos los datos: buscamos la forma de conectarlos entre ellos.

Estas fases conforman un proceso que Pérez-Serrano (1994) denomina como "análisis de datos cualitativos" (p. 105). El proceso se vuelve viable gracias a la categorización de los datos, lo cual hace que se reduzcan en cantidad, y se facilite el establecimiento de patrones y relaciones entre ellos. En nuestro caso, hacemos uso del *Model for research on Multiculturality in Mathematics Education* (*modelo MOMUME*[5]; Oliveras, 2008a, 2008b).

Modelo MOMUME

El modelo MOMUME (Oliveras, 2008a) es una herramienta metodológica que sirve para sistematizar la clasificación y el análisis de estudios que versan sobre los aspectos socioculturales de la educación matemática.

[5] En lo que sigue utilizamos la abreviatura *modelo MOMUME* para hacer referencia al *Model for research on Multiculturality in Mathematics Education* (Oliveras, 2008a, 2008b).

Uno de los instrumentos que el modelo propone para este cometido es la *categorización instrumental*, que se utiliza para clasificar los estudios atendiendo al tipo de trabajo realizado. En esta dimensión instrumental se consideran también las *subcategorías instrumentales de orden 1* y *de orden 2*. Las primeras (orden 1) categorizan los trabajos a partir de las personas, grupos u objetos que se estudian y las acciones que se realizan en el proceso de investigación; las segundas (orden 2) lo hacen atendiendo a los contenidos concretos que se abordan.

Hemos adaptado esta categorización instrumental a nuestro contexto y propósitos, añadiendo nuevas categorías a las preexistentes, y creando una nueva subcategoría instrumental de orden 1 *(contextos geográficos y/o sociopolíticos*).

En las tablas 1, 2 y 3 mostramos las categorías y dimensiones de categorización presentes en este trabajo, señalando con un asterisco las no-provenientes de Oliveras (2008a, 2008b). El sistema de categorías completo se puede ver en Albizu (2014, pp. 19-23).

Tipos de trabajo	Código	Descripción/Categoría
Experiencias	E	Documentos que describen experiencias de aula, proyectos y/o recursos educativos, pero que no tienen carácter de investigación.
Investigaciones de campo (IC)	IC1	Proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores
	IC2	Educación no formal, proyectos o acciones puntuales
	IC3	Desarrollo y análisis de recursos que permiten y favorecen la educación intercultural
	IC4*	Estudio antropológico
Investigaciones básicas	IB	Investigaciones sin componente etnográfica (revisiones bibliográficas, proyectos o propuestas educativas para ser desarrolladas, etc.).
Estudios teóricos	ET	Reflexiones, teorías o modelos que desarrollan aspectos relacionados con la multiculturalidad y/o interculturalidad.

Tabla 1. Categorías instrumentales.

Subcategoría instrumental	Código	Categoría
Contextos geográficos y/o sociopolíticos*	MSI*	Movimientos sociales y/o indígenas
	MO*	Multiculturalidad en Occidente
	PNO*	Países no occidentales con sistema educativo occidentalizado
	O*	Otros
Acciones	AC*	Actividades propias de la cultura (de supervivencia, de organización espacio-temporal, de ocio,…)
	AG*	Actividades gremiales

	FP	Formación de profesores
	MEM	Matemáticas en educación elemental o media
	MS	Matemáticas en educación superior

Tabla 2. Subcategorías instrumentales de orden 1

Subcategoría instrumental	Código	Categoría
Contenido	ASM*	Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas
	CM	Currículo de matemáticas
	DCD	Dificultades en relación con la cultura diferente, de expresión y simbolización
	DP*	Dimensión política de la educación matemática
	E	Evaluación: éxito, fracaso
	EM*	Epistemología de las matemáticas
	M*	Multilingüismo
	MOVT	Matemáticas en la cultura oral, visual y/o tecnológica

Tabla 3.Subcategorías instrumentales de orden 2.

La subcategorización instrumental c*ontexto geográfico y/o sociopolítico* establece tres tipos de entornos: *países no occidentales con sistema educativo occidentalizado* (PNO), *movimientos sociales e indígenas* (MSI), y *multiculturalidad en Occidente* (MO).

En este artículo limitamos el análisis a los trabajos ubicados en los contextos PNO y MSI; en ellos están incluidos 30 de los 50 documentos estudiados en Albizu (2014). Consideramos ambas tipologías por separado, y sustentamos nuestras descripciones e interpretaciones con gráficos que ilustran las dimensiones de categorización que más información arrojan a cada respecto.

ACCIONES SITUADAS EN PAÍSES NO OCCIDENTALES CON SISTEMA EDUCATIVO OCCIDENTALIZADO

Mostramos, en la figura 1, la clasificación de los trabajos realizados en torno a esta realidad geográfica y sociopolítica, en función de la tipología de las mismas.

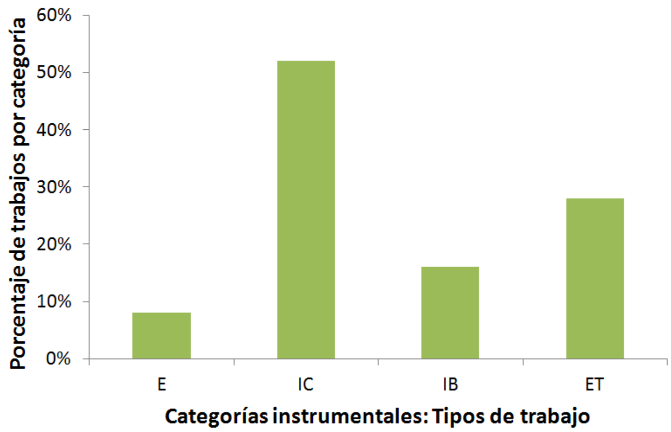

Figura 1. Tipos de trabajo realizados en el contexto PNO[6].

Para nuestro análisis vamos a dividir estas cuatro categorías en dos modalidades: (a) estudios teóricos; y (b) investigaciones básicas, de campo, y experiencias. Esbozamos, mediante los primeros, una imagen global de estas realidades, centrándonos en el papel que la institucionalización del conocimiento matemático juega en ellas; describimos, a su vez, los retos socioeducativos que se plantean a raíz de estas reflexiones. Continuamos con las segundas, que permiten profundizar la forma en la que las Etnomatemáticas afrontan y abordan, desde la práctica, la problemática planteada.

Empezamos, por tanto, describiendo las interacciones entre esta realidad sociocultural y la educación matemática, tomando como base las categorías de contenido de los estudios teóricos. Mostramos esta categorización en la figura 2.

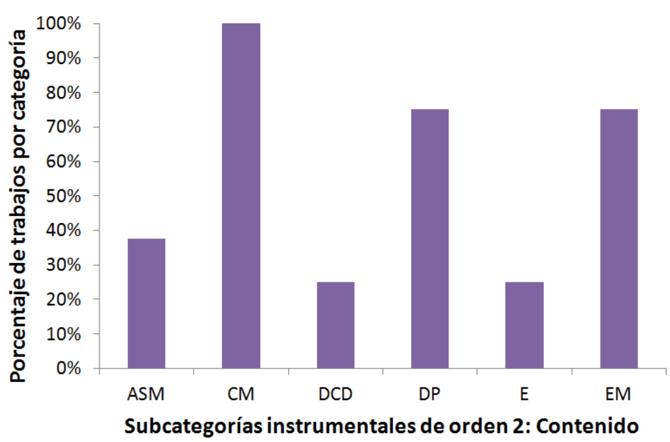

Figura 2. Categorías de contenido presentes en estudios teóricos[7]

[6] PNO. E = Experiencias; IC = Investigaciones de campo; IB = Investigaciones básicas; ET = Estudios teóricos.

El currículum escolar es, según Díaz (2006, p. 88), una estrategia educativa que establece "qué cultura debe enseñarse en la escuela". Si bien las matemáticas han sido históricamente vistas como "el paradigma del conocimiento acontextual y transcultural" (Goñi, 2006, p. 5), un posicionamiento epistémico relativista lleva a varios autores a negar que las matemáticas estén exentas de influencias culturales y, por tanto, a concebir el currículum de matemáticas como transmisor de valores inscritos en la racionalidad occidental. Por ello, definen el periodo educacional de alumnos que acuden a escuelas occidentalizadas de países no occidentales como un proceso de conversión en el que se pretende que el discente olvide y rechace las raíces que trae de casa (D'Ambrosio, 2002).

D'Ambrosio (2002) afirma que los niños aprenden en sus casas y comunidades, durante su etapa preescolar, modos propios de trabajar con números, operaciones y nociones geométricas; sin embargo, al llegar a la escuela, estos conocimientos chocan con los métodos occidentales de expresión y simbolización. Esto supone una dificultad que deriva, según (Gerdes, 1991) en un bloqueo psicológico que hace que las habilidades espontáneamente adquiridas fuera de la escuela se olviden, a la par que las nuevas no se asimilan.

De las tesis de D'Ambrosio (2002) y Gerdes (1991) se deriva que el currículum matemático no está adaptado a las culturas y las necesidades de estos países, lo cual contribuye a que (a) los niveles de escolaridad sean muy bajos; (b) la ansiedad provocada por las matemáticas esté ampliamente extendida; y (c) muchos niños y profesores vivan la matemática como algo ajeno e inútil, importado desde fuera (Gerdes, 1996b).

Una segunda variable entra en juego al considerar el rol político de las matemáticas escolares y académicas: la sociedad establece que aquellos a los que les va bien en esta disciplina son genios, y estigmatiza a los que tienen dificultades. Por tanto, al evaluar a las personas mediante el binomio éxito/fracaso, estas matemáticas se convierten en selectoras de élites intelectuales (Barton, 2008; D'Ambrosio, 2013).

---

[7] ASM = Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; CM = Currículum de Matemáticas; DCD = Dificultades en relación con la cultura diferente, de expresión y simbolización; DP = Dimensión política de la educación matemática; E = Evaluación: éxito, fracaso; EM = Epistemología de las matemáticas.

En resumen, mientras la sociedad global mide la inteligencia de personas y grupos en función de sus logros matemáticos, el fracaso en matemáticas está ampliamente extendido en estos países, lo cual mina la autoestima de estos pueblos (Gerdes, 1991, p. 21). Uno de los objetivos primordiales de las Etnomatemáticas es, por tanto, ayudar a que los pueblos recuperen la autoconfianza, tanto individual como colectiva (Gerdes, 1991, p. 5). Una conclusión lógica de lo hasta ahora dicho es que, para ello, es necesario ubicar la cultura en el corazón de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas (Knijnik, 2012), de modo que éstos se encuadren mejor en el contexto de estudiantes y profesores.

Para conseguirlo, los estudios etnomatemáticos analizan (a) tradiciones matemáticas que sobrevivieron a la colonización, para evaluar posibilidades de incorporarlas al currículum; y (b) elementos culturales que puedan servir como punto de partida para introducir actividades matemáticas. Aluden, por tanto, a la necesidad de estudiar *artefactos* (manifestaciones materiales de la cultura), *sociofactos* (elementos culturales que aluden a aspectos organizativos y sus fines) y *mentifactos* (elementos culturales que conforman los ideales por los que se miden otros aspectos culturales; Gavarrete, 2012, p. 76) propios de estas culturas: ven en ellos recursos potenciales para un currículum matemático que compatibilice las prácticas populares con las matemáticas escolares (Gerdes, 1991, p. 5).

Se piensa que incluir estas iniciativas en los currículos escolares puede contribuir a que (a) se valoricen las raíces científicas inherentes a la cultura; y (b) los estudiantes se den cuenta de que conocen más matemáticas de lo que las evaluaciones tradicionales muestran. Puede, por tanto, influir en el refortalecimiento de la autoconfianza individual y colectiva de la que hacíamos mención (Gerdes, 1991, pp. 22-23).

Describimos más de cerca estas iniciativas mediante los trabajos que hemos incluido dentro de la segunda modalidad (investigaciones básicas, de campo y experiencias); mostramos las categorías de contenido de éstos en la figura 3.

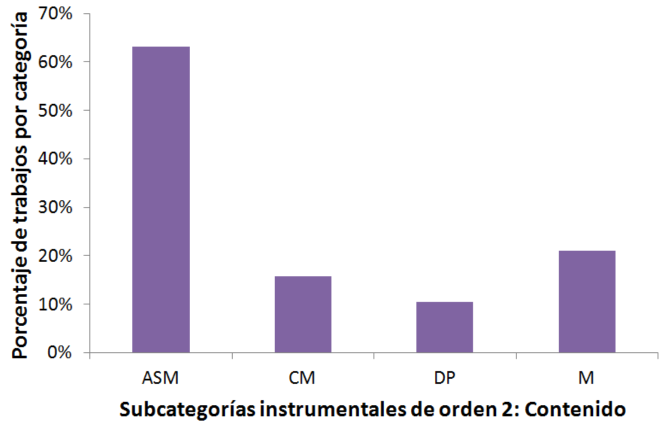

Figura 3. Categorías de contenido presentes en investigaciones básicas, de campo y experiencias[8].

Distinguimos dos tipologías de estudios partiendo de esta categorización: (a) trabajos que desarrollan, a partir de artefactos, sociofactos y mentifactos, recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; y (b) investigaciones que versan sobre interrelaciones entre el fenómeno del multilingüismo y la educación matemática.

Matemáticas en artefactos, sociofactos y mentifactos

Mostramos, en la figura 4, la categorización de acciones que se realizan y/o analizan en los estudios del tipo (a).

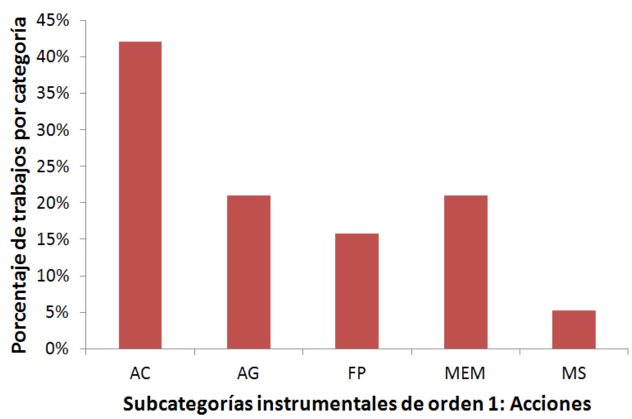

Figura 4. Categorización de acciones de trabajos tipo (a)[9].

[8] ASM = Artefactos, sociofactos y mentifactos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; CM = Currículum matemático; DP = Dimensión política de la educación matemática; M = Multilingüismo.

[9] AC = Actividades propias de la cultura (de supervivencia, organización espacio-temporal, ocio, etc.); AG = Actividades gremiales;

La mayoría de las iniciativas etnomatemáticas indagan en actividades propias de las culturas (elaboración de material, organización espacio-temporal, ocio, supervivencia,…) en busca de recursos para la enseñanza de las matemáticas tanto en educación elemental o media (Cherinda, 1994; Gerdes, 1997, 2002) como en educación superior (Gerdes, 1996a, 2007). Algunos inscriben esta búsqueda en programas de cursos universitarios, de forma que son los propios profesores en formación los que analizan prácticas culturales (y/o gremiales) de sus conciudadanos en busca de matemáticas (Gerdes, 2003; Mapapá, 1994; Soares & Ismael, 1994).

Ejemplificamos estos estudios mediante el trabajo elaborado por Gerdes (1991, 1996a, 1997, 2002, 2007) en torno a los *sona* del pueblo Tchokwe, grupo cultural que habita en el nordeste de Angola (África):

> Cuando los Tchokwe se encuentran en el centro de la aldea o en el campamento de caza, sentados alrededor de la hoguera o a la sombra de árboles frondosos, suelen pasar el tiempo conversando, e ilustrando estas conversaciones con diseños en la arena. A estos diseños se les llama *lusona* (en singular) o *sona* (en plural). (Gerdes, 2002, p. 13; traducción propia)
>
> Muchos de ellos se remontan a una vieja tradición: simbolizan proverbios, fábulas, juegos, acertijos, animales, etc. y juegan un papel importante en la transmisión de conocimiento de una generación a otra. Estos diseños monolineales han de ser ejecutados suave y continuamente, pues cualquier vacilación por parte del *akwa kuta sona* (aquel que sabe diseñar) es interpretada por la audiencia como una imperfección o falta de conocimiento. (Gerdes, 1991, p. 49; traducción propia)

Para facilitar la memorización y ejecución de los pictogramas, una vez alisada la tierra los akwa kuta sona marcan con las puntas de los dedos una red ortogonal de puntos equidistantes (el número de filas y columnas depende del motivo a representar). La figura 5 muestra un lusona que representa a una leona con dos crías.

Figura 5. Lusona que representa a una leona con dos crías[10].

FP = Formación de profesores; MEM = Matemáticas en enseñanza elemental o media; MS = Matemáticas en enseñanza superior.

[10] Fuente: https://www.beloit.edu/computerscience/faculty/chavey/sona/

Algunos de estos diseños satisfacen un principio común de construcción: las curvas son una versión suavizada de un recorrido poligonal cerrado, descrito por un *rayo de luz* emitido desde un punto A. El rayo de luz se refleja en los lados del rectángulo, a la par que en *espejos* con los que se encuentra a lo largo del recorrido (Gerdes, 1996a, p. 17). Ilustramos lo descrito en la figura 6, y describimos, a continuación, el material didáctico-matemático que Gerdes elabora partiendo de estos diseños.

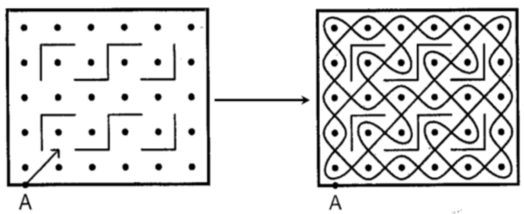

Figura 6. Principio de construcción de un lusona[11].

Máximo común divisor. Para ciertos tipos de sona se cumple lo siguiente. El número de líneas cerradas que se necesitan para construir el diseño es el máximo común divisor del número de filas y de columnas del geoplano constituido por los puntos dibujados en la arena. En concreto, para que el diseño sea monolineal se tiene que cumplir que el número de filas y de columnas sean primos entre sí. Esto permite formular un modelo didáctico geométrico para trabajar la noción de máximo común divisor de dos números naturales (Gerdes, 1991, 1997). Ilustramos esta idea en la figura 7.

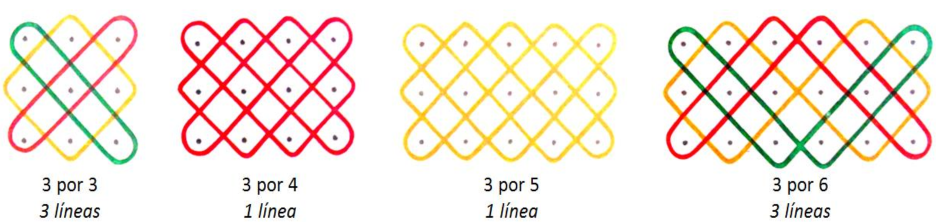

Figura 7. Noción de máximo común divisor de dos números naturales mediante los sona[12].

Algoritmos y patrones. El principio de construcción de un lusona viene dado por (a) el número de filas y columnas del geoplano constituido por los puntos en la arena; y (b) la ubicación de los espejos. Los sona pueden utilizarse, entonces, para trabajar con algoritmos geométricos: dado un principio de construcción, el estudiante puede dibujar el lusona

[11] Fuente: Adaptado de Gerdes (1996a, p. 18).
[12] Fuente: Gerdes (1997, p.25).

correspondiente; también puede construir algoritmos y diseñar sus propios sona (Gerdes, 1997, 2002). Asimismo, se puede trabajar la detección de patrones dando una secuencia de sona de tamaños diferentes construidos mediante el mismo principio, y pidiendo al alumno que dibuje el sona que falta en la secuencia (Gerdes, 2002). En la figura 8 mostramos una secuencia de sona con patrones de construcción equivalentes.

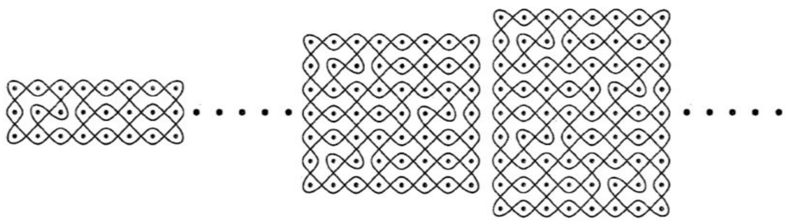

Figura 8. Secuencia de sona con patrones de construcción equivalentes[13].

Diseños Lunda (Lunda-designs). Cuando los sona se dibujan en un papel cuadriculado, dejando una distancia de dos unidades entre dos puntos sucesivos, se pueden ir enumerando los cuadrados por los que va pasando el dibujo. Si estos números se escriben en módulo 2, y se colorean los cuadrados que tienen el número 0 en negro y los que tienen el número 1 en blanco, se obtienen unos diseños en blanco y negro que se pueden concebir como matrices. En la figura 9 mostramos cómo se construyen estos diseños.

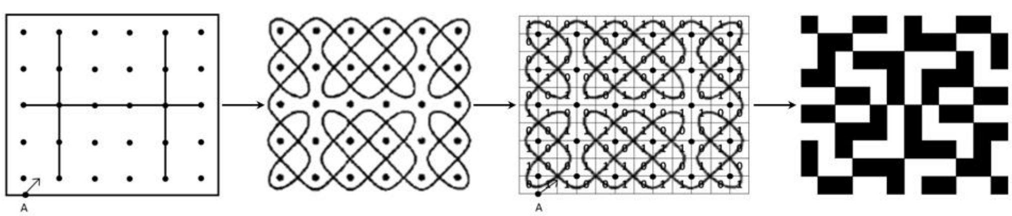

Figura 9. Diseño Lunda a partir de un lusona[14].

Algunos de ellos, los cuales Gerdes (1996a, p. 35) denomina *diseños Lunda* (*Lunda Designs*), cumplen cuatro propiedades de simetría que los caracterizan; un diseño en blanco y negro es un diseño Lunda si y solo si cumple estas cuatro propiedades.

Basándose en la noción de *poliominó* (objeto geométrico que se obtiene al unir varios cuadrados o celdas del mismo tamaño, de forma que cada par de celdas vecinas compartan un lado), Gerdes (1996a, p. 91) define los *Poliominós Lunda* (*Lunda-Polyominos*), objetos constituidos por cuadrados unitarios que comparten un lado y tienen igual color. En

[13] Fuente: Gerdes (2002, p.22).
[14] Fuente: Adaptado de Gerdes (1996a, p. 73)

concreto, llama *Animales Lunda* (*Lunda-Animals*) a los Poliominós Lunda de cinco celdas, tomando una de ellas como la cabeza del animal. En la figura 10 mostramos un Animal Lunda.

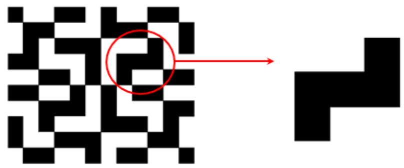

Figura 10. Ejemplo de Animal Lunda[15].

Da movimiento a los Animales Lunda, de forma que después de cada paso la cabeza del Animal Lunda ocupa un nuevo cuadrado unitario. Tomando en cuenta las restricciones de los diseños Lunda (que vienen dadas por las cuatro propiedades arriba mencionadas), demuestra que el número posible de recorridos de $n+1$ pasos de un Animal Lunda es $p(n+1)=p(n)+p(n-1)$, con $p(1)=2$ y $p(2)=3$. Es decir, se tiene que $p(n)=f(n+3)$: ¡con la secuencia de Fibonacci hemos topado! (ver figura 11; Gerdes, 1996a, p. 93).

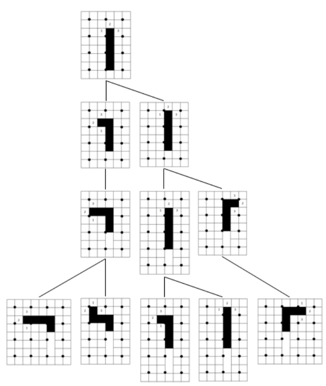

Figura 11. Secuencia de Fibonacci en los Animales Lunda[16].

Matrices ciclo (cycle matrices). Gerdes (2007) descubre que cierta clase de diseños Lunda cumple una serie de propiedades que los otros diseños no cumplen y nombra a éstos *diseños Liki* (*Liki-designs*). En la figura 12 se muestra un diseño Liki y su matriz asociada.

[15] Fuente: Adaptado de Gerdes (1996a, p. 73).
[16] Fuente: Adaptado de Gerdes (1996a, p. 92).

0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0

Figura 12. Diseño Liki y matriz asociada[17].

Calculando potencias de las matrices asociadas a estos diseños, descubre que las potencias pares tienen cierta estructura cíclica, y las potencias impares otra. Mostramos estas estructuras en la figura 13.

3	2	2	1	1	0
2	3	1	2	0	1
2	1	3	0	2	1
1	2	0	3	1	2
1	0	2	1	3	2
0	1	1	2	2	3

3	6	2	7	3	6
6	7	3	6	2	3
2	3	3	6	6	7
7	6	6	3	3	2
3	2	6	3	7	6
6	3	7	2	6	3

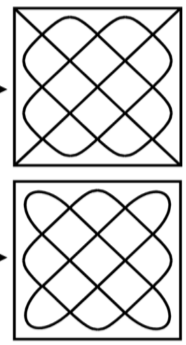

Figura 13. Segunda y tercera potencia de la matriz de la figura 14, con sus estructuras cíclicas correspondientes[18].

Llama a estas matrices *matrices ciclo*. Define, por tanto, una nueva tipología de matrices que cumplen un sinnúmero de propiedades, y tienen implicaciones en otros campos de las Matemáticas (Gerdes, 2007).

Lo expuesto constituye una pequeña muestra del material didáctico y matemático que el autor elabora a partir de este artefacto. Su singularidad radica en que el material abarca una parte sustancial del espectro educacional (desde primaria hasta universidad); a su vez, a partir del análisis de los sona emergen constructos que tienen interés, además de educacional, matemático.

El problema del lenguaje

Desde hace décadas diferentes autores han manifestado su preocupación ante el paradigma educativo de países en los que la realidad lingüística choca drásticamente con el sistema educacional: países en los que alumnos cuya lengua materna es distinta a la dominante (que constituyen la gran mayoría de la población) topan, al entrar en la escuela, con un idioma

[17] Fuente: Adaptado de Gerdes (2007, p. 158).
[18] Fuente: Adaptado de Gerdes (2007, p. 159).

nuevo, el oficial (Draisma, 1994). Draisma (1994) propone dar un uso escolar al conocimiento que los niños tienen de otros idiomas. Investigaciones posteriores han corroborado que la lengua materna es un recurso favorable (y en muchos casos necesario) para el aprendizaje de las matemáticas, lo cual ha llevado a numerosos gobiernos a instaurar políticas que garanticen la presencia de estas lenguas en el sistema educacional (Kazima, 2008).

A raíz de estas decisiones emergen dos dificultades: por una parte, se vuelve necesario modificar modelos docentes, y construir terminología matemática para las lenguas dominadas que carecen de ella (Kazima, 2008); por otra, los estudios antropológicos muestran que gran parte de la población pide que la educación se imparta en la lengua dominante (Setati, 2008).

Detrás de esta demanda se esconden, según Setati (2008), los lazos que unen la lengua dominante al poder económico y social: padres, estudiantes y profesores consideran que enseñar y aprender matemáticas en la lengua dominada implica permanecer en una situación de opresión, y ven en la lengua dominante una oportunidad para acceder a los bienes sociales; las matemáticas (relacionadas al acceso epistémico) quedan, en estas consideraciones, en un segundo plano. Por tanto, las decisiones sobre qué lenguaje usar no son solo curriculares y pedagógicas: tienen un alto componente económico, político e ideológico (Setati, 2008).

ACCIONES CENTRADAS EN MOVIMIENTOS SOCIALES Y/O INDÍGENAS

> Las Etnomatemáticas muestran su máxima expresión cuando se comprometen con lo social, cuando no tratan lo cultural como algo exótico y arraigado, cuando apoyan luchas políticas esparcidas a lo largo y ancho del mundo. (Knijnik, 1998, p. 193; traducción propia)

Barwell, Barton & Setati (2007) denotan un crecimiento en el número de movimientos sociales e indígenas y detectan que, en sus apuestas tácticas, la educación es un medio para conseguir su finalidad estratégica: autonomía política y económica. Desde las Etnomatemáticas se ha contribuido activamente a estos procesos de emancipación; en la figura 14 clasificamos las investigaciones inscritas en este segundo contexto en función del tipo de trabajo, y en la figura 15 mostramos las categorías de contenido que están presentes en ellos.

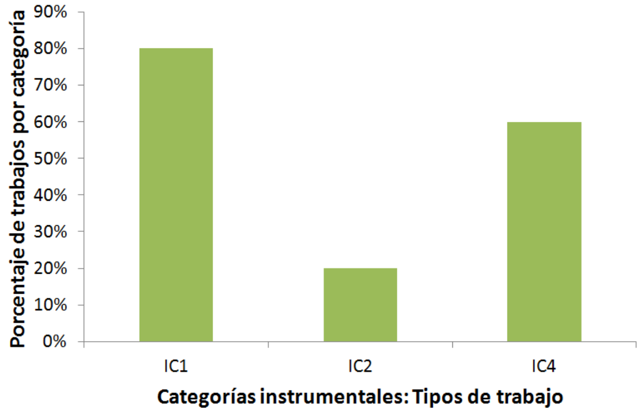

Figura14. Tipos de trabajo realizados en torno a movimientos sociales e indígenas[19].

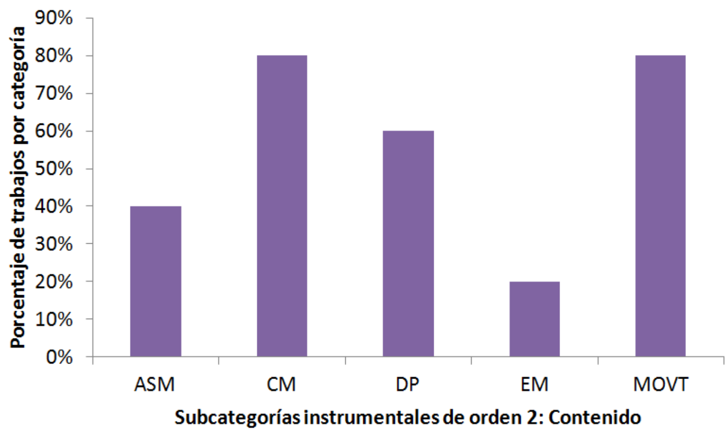

Figura 15. Categorías de contenido presentes en estudios etnomatemáticos sobre movimientos sociales e indígenas[20].

Los principios educacionales de estos grupos reflejan la necesidad de (a) tomar la realidad como base de la producción de conocimiento; y (b) establecer una conexión orgánica entre educación, economía y cultura (Knijnik, 1998). En concordancia con estos fundamentos, en los trabajos etnomatemáticos analizados (Knijnik, 1996, 1998; Knijnik, Wanderer & de Oliveira, 2005; Mendes, 2005; Oliveras & Gavarrete, 2012) la interpretación y descodificación del conocimiento popular o nativo es un quehacer primordial, enfatizando su coherencia interna e intentando describirla, sin jerarquizarla, a partir de sus propios

[19] IC1 = Proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores; IC2 = Educación no formal, proyectos o acciones puntuales; IC4 = Estudio antropológico.

[20] ASM = Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; CM = Currículum de Matemáticas; DP = Dimensión política de la educación matemática; EM = Epistemología de las matemáticas; MOVT = Matemáticas en la cultura oral, visual y/o tecnológica

códigos y sus propios valores, y analizando formas de incorporar estos saberes al proyecto educativo (Knijnik, 1996, p. 103). El trabajo de campo (estudios antropológicos) y la acción educativa (proyectos de formación de profesores, y de educación no formal) van, por tanto, de la mano. Destaca la importancia que se le da al vínculo entre matemáticas y cultura oral (Knijnik, 1996, 1998; Knijnik et al., 2005), visual (Mendes, 2005) y tecnológica (Knijnik et al., 2005).

Sin embargo, hay una conciencia creciente de que un relativismo exacerbado surte el efecto negativo de congelar, cosificar, la cultura de estos colectivos, lo cual lleva al refortalecimiento de las desigualdades sociales (Knijnik, 1996, p. 105). Interesa, por tanto, tener en cuenta la dimensión, además de epistémica, social de la matemática, y asumir un enfoque relacional que contemple las dinámicas de poder que están presentes en estas realidades. Emerge, al hacerlo, la necesidad de incorporar en los proyectos educacionales los saberes producidos por la matemática académica; este conocimiento permite que la cultura subordinada le haga frente a los desafíos cotidianos (políticos, económicos, etc.) que se presentan en ese diálogo constante con la cultura dominante (Knijnik, 1996, p. 89). Mas, según D'Ambrosio (2002), reconocer y asimilar la cultura del dominador se vuelve positivo una vez reforzadas las raíces del dominado.

Las tipologías de trabajo (ver figura 14) muestran que esta acción educativa está mayoritariamente centrada en la formación de profesores (Knijnik, 1996; Knijnik et al., 2005; Mendes, 2005; Oliveras et al., 2012) lo cual concuerda, creemos, con las aspiraciones de emancipación de estas organizaciones. La siguiente cita caracteriza el tipo de relación que se busca construir en este trabajo conjunto entre investigadores y profesores en formación.

> ¿Qué conocimientos culturales se pueden considerar matemáticos? (…) Esta pregunta la han de responder las personas que pertenecen a la cultura en cuestión, y no aquellos que llevamos inscritas las tradiciones de las matemáticas occidentales. (…) Sin embargo, podemos legitimar las demandas de esta cultura, y ayudar trabajando codo con codo con la gente. (Begg, 2001, p. 72-73; traducción propia)

Exponemos, a modo de ilustración, el trabajo educativo desarrollado por Knijnik et al. (2005) en Brasil, en uno de los asentamientos del Movimiento de los Sin Tierra (MST).

Movimiento de los Sin Tierra (MST): matemáticas orales y calculadoras

El MST es un órgano de carácter nacional conformado por cerca de millón y medio de campesinos que habitan en asentamientos distribuidos en 23 de los 27 estados brasileños. Su finalidad estratégica es conseguir una reforma agraria que contribuya a una distribución equitativa de la riqueza, en el país con mayor concentración de latifundios en el mundo (Knijnik, 1998).

El trabajo de Knijnik et al. (2005) tiene lugar en uno de estos asentamientos; forma parte de un curso de formación de profesores para la educación de adultos, y gira en torno a dos artefactos que forman parte de la cultura matemática de estos grupos: las *matemáticas orales* (prácticas matemáticas que se producen y transmiten mediante el habla, sin que medie la escritura) y las calculadoras.

Al observar la forma en que adultos no escolarizados practican las matemáticas orales, los investigadores se dan cuenta de que éstas están fuertemente contextualizadas: a la hora de hacer estimaciones numéricas, utilizan diferentes estrategias dependiendo del contexto, lo cual implica un razonamiento complejo. A su vez, identifican estrategias para la adición, la multiplicación, la división y el cálculo de porcentajes (prácticas propias de su actividad productiva).

Conscientes de que las matemáticas orales son una parte integral de la cultura de estos campesinos, y de que las calculadoras (artefactos tecno-culturales) están presentes en todos los asentamientos, los investigadores proponen a los profesores en formación que sustituyan los algoritmos escritos por un trabajo conjugado entre matemáticas orales y calculadoras. Esto lleva a que los profesores en formación ahonden en los razonamientos envueltos en las estrategias de cálculo oral, así como en ciertas utilidades de las calculadoras que desconocen.

Un ejemplo de trabajo con estrategias de cálculo oral es el que sigue. Al analizar la producción diaria de la comunidad campesina en una de las jornadas formativas, surge la necesidad de calcular el 17% de 240 reales ($R\$$; moneda de Brasil). Para ello, los profesores en formación llevan a cabo diversas estrategias de cálculo oral:

- *Estrategia 1*. Se calcula el 10% de $R\$240$, dividiendo 240 entre 10 (el resultado es 24). Seguidamente, se descompone 7% en $5\%+2\%$. Para obtener el 5% de $R\$240$, se dividen entre 2 los $R\$24$ hallados previamente, obteniendo $R\$12$. Por último, se descompone el 2% restante en $1\%+1\%$; el 1% de $R\$240$ se obtiene dividiendo 240 entre 100. El resultado final es la suma de todos los anteriormente obtenidos: el 17% de $R\$240$ son $R\$24+R\$12+R\$2{,}4+R\$2{,}4=R\$40{,}8$.

- *Estrategia 2*. Se tiene que $240=100+100+40$. El 17% de $R\$100$ son $R\$1{,}7$. Se tiene, a su vez, que $40=10+10+10+10$; el 17% de $R\$10$ son $RS1{,}7$. El 17% de $R\$240$ son, por tanto, $R\$17+R\$17+R\$1{,}7+R\$1{,}7+R\$1{,}7+R\$1{,}7=R\$40{,}8$.
- *Estrategia 3*. Se trabaja, inicialmente, con $R\$250$. Se tiene que $250=100+100+50$. Entonces, el 17% de $R\$250$ son $R\$17+R\$17+R\$8{,}5=R\$32{,}5$. Para calcular el 17% de $R\$240$, se les resta a esos $R\$32{,}5$ el 17% de los $R\$10$ que se les habían añadido a los $R\$240$ para convertirlos en $R\$250$: el 17% de $R\$240$ son $R\$32{,}5-R\$1{,}7=R\$40{,}8$.

El uso de la calculadora se reduce, en este caso, a la verificación del resultado. Sin embargo, en el trabajo con números más complejos, las estrategias orales llevan a una primera aproximación del resultado, y la calculadora se usa para conocer el resultado exacto; la correspondencia entre la primera aproximación y el resultado que arroja la calculadora es lo que garantiza, en este caso, que el cálculo sea correcto. Por tanto, la forma en la que ambos artefactos se relacionan cambia en función del cálculo a realizar.

Este ejemplo sirve para ilustrar que lo que se pretende con este tipo de proyectos es conseguir *justicia curricular*: se trata de ayudar a construir alternativas en las que las culturas de estos grupos estén presentes (y no solo como un mero elemento folclórico), sin que ello entorpezca sus relaciones con el poder y, por tanto, sus aspiraciones de autonomía.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

De los datos cuantitativos que arrojan las ilustraciones gráficas expuestas a lo largo de este capítulo destacamos lo siguiente.

- En el contexto PNO los contenidos que abordan los trabajos varían en función de la tipología de los mismos:

  - Los estudios teóricos versan, mayoritariamente, sobre (a) el currículum de matemáticas; (b) la dimensión política de la educación matemática; y (c) la Epistemología de las Matemáticas (ver figura 2).
  - La mayoría de las investigaciones básicas, de campo y experiencias giran en torno a artefactos, sociofactos y/o mentifactos relacionados con actividades propias de una cultura dada (actividades de supervivencia, de organización espacio-temporal, de elaboración de materiales, de ocio,…), con la intención de utilizarlos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (ver figuras 3 y 4). Es destacable, a su vez, la preponderancia de las investigaciones de campo en este contexto (ver figura 1).
- En el contexto de los movimientos sociales e indígenas la mayoría de los estudios son proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores (IC1). Algunos de ellos son, a su vez, estudios antropológicos (IC4; ver figura 16). Se abordan, en ellos, cuestiones referentes al currículum de matemáticas; se analizan, a su vez, las matemáticas en la cultura oral, visual y/o tecnológica (ver figura 17). Esto concuerda con la dualidad IC1-IC4 detectada en los estudios.

Consideramos que el aspecto de corte cualitativo más relevante de los resultados es que las relaciones que se establecen entre matemáticas oficiales y otras etnomatemáticas difieren de contexto en contexto.

Cuando se incorporan otras etnomatemáticas al currículum matemático oficial se pretende provocar un acercamiento entre alumnado y matemáticas oficiales. Las primeras juegan, por tanto, el papel de puente que conecta al alumnado con las segundas, lo cual hace que matemáticas oficiales y otras etnomatemáticas no sean, en este caso, epistémicamente equivalentes.

Cuando se trata de construir un sistema educativo alternativo, razones políticas, económicas y sociales siguen garantizando la permanencia de las matemáticas oficiales en el currículum. Sin embargo, a la hora de incorporar otras etnomatemáticas, lo importante es garantizar que éstas estén en el mismo nivel epistémico que las primeras.

Para desarrollar mejor esta idea, analizamos los trabajos de Gerdes (1991, 1996a, 1997, 2002, 2007) y Knijnik et al. (2005) teniendo en cuenta los tres *mecanismos de universalización* establecidos por Barton (2008).

Este autor distingue tres mecanismos de universalización (*snapping to grid*, *subsunción* y *apropiación*) que hacen que etnomatemáticas no oficiales se normalicen, conectando nuevas ideas a lo establecido. El primer mecanismo traduce las nuevas ideas a la terminología oficial existente; el segundo relega la idea al estatus de un ejemplo; y el tercero reconoce la originalidad de las ideas asumiendo, sin embargo, que constituyen una nueva categoría de una jerarquía ya existente (Barton, 2008, pp. 108-115).

Detectamos, en los trabajos de Gerdes (1997, 2007), cierta presencia de mecanismos de universalización: propiedades de los sona se utilizan, por ejemplo, para trabajar el concepto occidental de máximo común divisor (subsunción); en el caso de las matrices ciclo, derivan en nuevos elementos matemáticos que quedan inscritos dentro de una jerarquía matemática ya existente (apropiación). En el trabajo de Knijnik et al. (2005), sin embargo, otras etnomatemáticas *sustituyen* a las matemáticas escolares; se establece, de esta forma, una relación de equivalencia epistémica entre ellas.

CONCLUSIONES

La caracterización de dos realidades socioculturales dispares y la ejemplificación de la forma en la que, desde las Etnomatemáticas, se afrontan y abordan los desafíos que en ellas se plantean nos han llevado a constatar que el contexto del que parte una investigación repercute considerablemente en las relaciones que ésta establece entre matemáticas escolares (y/o académicas) y otras etnomatemáticas.

Concebimos este resultado como un claro síntoma de la fuerte contextualización de los trabajos etnomatemáticos, cuyo carácter no absolutista lleva a anclarlos firmemente a los entornos en los que acaecen. A su vez, entendemos este resultado como una de las causas de la diversidad teórico-metodológica con la que nos encontramos, hoy en día, en el vasto y heterogéneo campo de las Etnomatemáticas.

REFERENCIAS

Albizu, U. (2014). *Bases para la investigación y la práctica educativa desde las Etnomatemáticas* (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Granada, España. Disponible en http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_maestria/Albizu%20U_Trabajo%20Fin%20de%20M%C3%A1ster.pdf

Barton, B. (2008). *The Language of Mathematics*. Nueva York: Springer.

Barwell, R., Barton, B., & Setati, M. (2007). Multilingual issues in mathematics education: Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 113-119.

Begg, A. (2001). Ethnomathematics: Why, and what Else? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *33*(3), 71-74.

Cherinda, M. (1994). Mathematical-educational exploration of traditional basket weaving techniques in a children's "Circle of Interest". En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 16-23). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Floresta: Autêntica Editora.

D'Ambrosio, U. (2008). Globalização, educação multicultural e o programa etnomatemática. En Palhares (Ed.), *Etnomatemática. Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 24-46). Ribeirão: Edições Humus.

D'Ambrosio, U. (2013). *Um sentido mais amplo de ensino da matemática para a justiça social*. Conferencia presentada en el I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, Santo Domingo, Republica Dominicana.

Díaz, R. (2006). Inclusión de la aritmética maya en la propuesta de currículo nacional básico de Honduras. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 87-98). Barcelona: Graó.

Draisma, J. (1994). How to handle the theorem $8+5=13$ in (teacher) education?. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 30-48). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada.

Gerdes, P. (1991). *Etnomatemática. Cultura, matemática, educação*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1996a). *Lunda Geometry. Designs, polyominoes, patterns, symmetries*. Maputo: Universidade Pedagógica.

Gerdes, P. (1996b). On Ethnomathematics and the transmission of mathematical knowledge in and outside schools in Africa south of the Sahara. En M. Barrère (Ed.), *Les sciences hors d'Occident au XX' siècle,* Vol. 5, (pp. 229-246). París: Orstom.

Gerdes, P. (1997). *Vivendo a matemática. Desenhos de África*. São Paulo: Editora Scipione.

Gerdes, P. (2002). *Lusona. Recreações geométricas de África*. Lisboa: Texto Editora.

Gerdes, P. (2003). *Sipatsi. Cestaria e geometria na cultura Tonga de Inhambane*. Maputo: Moçambique Editora.

Gerdes, P. (2007). *Adventures in the World of Matrices*. Nueva York: Nova.

Goñi, J. M. (2006). Introducción. En J. M. Goñi, *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 5-6). Barcelona: Graó.

Kazima, M. (2008). Mother tongue policies and mathematical terminology in the teaching of mathematics. *Pythagoras, 67,* 56-63.

Knijnik, G. (1996). *Exclusão e resistência. Educação matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Knijnik, G. (1998). Ethnomathematics and political struggles. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *30*(6), 188-194.

Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics*, *80*, 87-100.

Knijnik, G., Wanderer, F., & de Oliveira, C. J. (2005). Cultural differences, oral mathematics and calculators in a teacher training course of the Brazilian Landless Movement. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *37*(2), 101-108.

Krause, M. (1995). La investigación cualitativa: Um campo de posibilidades y desafíos. *Revista Temas de Educación*, *7,* 1-18.

Mapapá, A. (1994). Symmetries and metal grates in Maputo. Didactic experimentation. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 49-55). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Mendes, J. R. (2005). Numeracy and literacy in a bilingual context: Indigenous teachers education in Brazil. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 217-230.

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Oliveras, M. L. (2008a). Model for research on Multiculturality in Mathematics Education. En M. L. Oliveras, & N. de Bengoechea (Eds.), *ICME 11, Topic Study Group 33: Mathematics education in a multilingual and multicultural environment*. Monterrey, México.

Oliveras, M. L. (2008b). Study of "the state of the question about Multiculturality and Mathematics Education". En M. L. Oliveras, & N. de Bengoechea (Eds.), *ICME 11, Topic Study Group 33: Mathematics education in a multilingual and multicultural environment*. Monterrey, México.

Oliveras, M. L., & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *15*(3), 1-34.

Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa: Retos e interrogantes. Métodos*. Madrid: La Muralla.

Setati, M. (2008). Access to mathematics versus access to the language of power: The struggle in multilingual mathematics classrooms. *South African Journal of Education*, *28*, 103-116.

Soares, D., & Ismael, A. (1994). Popular counting methods in Mozambique. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 24-29). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.