



de Etnomatemática

Revista Latinoamericana de
Etnomatemática

E-ISSN: 2011-5474

revista@etnomatematica.org

Red Latinoamericana de Etnomatemática
Colombia

Cortina, José Luis; Crisanto Rojas, Gerardo
Didáctica de los sistemas de numeración de las lenguas indígenas: el diseño de una
propuesta para escuelas primarias unidocentes
Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 9, núm. 2, junio-septiembre, 2016, pp.
103-126
Red Latinoamericana de Etnomatemática
San Juan de Pasto, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274046804007>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Artículo recibido el 6 de diciembre de 2015; Aceptado para publicación el 20 de marzo de 2016

Didáctica de los sistemas de numeración de las lenguas indígenas: el diseño de una propuesta para escuelas primarias unidocentes

Instructional design in indigenous numeration: developing an instructional sequence for one-room schools

José Luis Cortina¹
Gerardo Crisanto Rojas²

Resumen

Se exponen los elementos fundamentales de una didáctica focalizada en la adquisición y comprensión de los sistemas de numeración que forman parte de las lenguas que hablan los pueblos originarios de México. Ésta fue desarrollada a través de la metodología de la investigación basada en el diseño. El trabajo realizado ha implicado la producción de recursos didácticos, así como de innovaciones teóricas y metodológicas formuladas con el propósito de apoyar el proceso de diseño y afinación de esos recursos. El artículo se centra en el diseño de una propuesta didáctica de la numeración del *tu'un savi* (o *mixteco*), como caso paradigmático de la investigación realizada.

Palabras clave: Diseño Didáctico; Sistemas de Numeración de Lenguas Indígenas; Investigación Basada en el Diseño; Sistema de Numeración Tu'un Savi.

Abstract

We present findings from a research project aimed at developing instructional resources to support the learning with understanding of the numeration systems of Mexican indigenous languages. The project was conducted following the design research methodology. Products include instructional resources, as well as theoretical and methodological innovations developed to support the instructional design process. The paper centers on the process of developing an instructional sequence for teaching the *Tu'un Savi* (or *Mixtecan*) numeration system. This process is framed as a paradigmatic case of the kind of design research conducted in the project.

Key words: Instructional Design; Numeration Systems of Indigenous Languages; Design Research; Tu'un Savi Numeration System.

¹ Doctor en Educación. Es profesor titular en la Universidad Pedagógica Nacional. Vive en la ciudad de México. E-mail: jcortina@upn.mx

² Licenciado en Educación Indígena. Es maestro de primaria del Instituto Estatal de Educación Pública de Oaxaca. Vive en Santa María Cuquila, Ñuu Kuiñi, en Oaxaca, México. E-mail: rolg_63@hotmail.com

1. INTRODUCCIÓN

Según Avila (2014), recuperar, legitimar e incorporar los saberes matemáticos de los pueblos originarios, a los procesos formales de enseñanza, es un objetivo al que se le reconoce gran importancia en la educación indígena contemporánea, en México. Sin embargo, como esta misma autora lo señala, hacen falta desarrollos didácticos auténticos que permitan cumplirlo.

En este artículo se exponen los resultados de investigación de un equipo que ha asumido la tarea de desarrollar una didáctica para apoyar la adquisición y comprensión de un extenso cuerpo de estos saberes matemáticos ancestrales, los cuales se encuentran contenidos en los sistemas de numeración que forman parte de las lenguas que hablan los pueblos originarios de México. Enmarcado dentro de la tradición de la *investigación basada en el diseño* (Brown, 1992; Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, & Schauble, 2003; Molina, Castro, Molina, & Castro, 2011; van den Akker, Gravemeijer, McKenney, & Nieveen, 2006), el trabajo realizado ha implicado la producción de recursos para la enseñanza, así como de innovaciones teóricas y metodológicas desarrolladas con el propósito de apoyar el proceso de diseño y afinación de esos recursos.

El artículo se centra en el desarrollo de una propuesta didáctica de la numeración *tu'un savi* (también llamado mixteco), el cual se presenta como caso paradigmático de la investigación realizada.

2. CONTEXTUALIZACIÓN

Los pueblos originarios de México han librado una larga lucha de resistencia ante el acoso permanente que sufren sus territorios, lenguas, prácticas e identidades culturales. Como resultado de esta lucha, han logrado que el Estado mexicano promulgue leyes de protección y reconocimiento de sus derechos. En el caso específico de las lenguas originarias, la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos hoy las reconoce como parte integrante del patrimonio cultural y lingüístico nacional. También le atribuye al Estado la obligación de protegerlas y de promover su desarrollo y uso (cf., Artículo 2º). Además, se reconoce a la escuela pública como el agente principal a través del cual el Estado debe

cumplir con esta obligación (cf., Artículo 13° de la Ley General de Derechos Lingüísticos de los Pueblos Indígenas).

Desafortunadamente, aún se está lejos de que los preceptos normativos plasmados en la Constitución y otras leyes tengan el impacto deseado en el quehacer cotidiano de los centros escolares que le brindan servicios educativos a las comunidades indígenas de México (Schmelkes, 2010). Ello se debe, en mucho, a que no se ha logrado tener una planta docente que cuente con los recursos necesarios para responder a lo que la legislación le impone al Estado en materia de educación intercultural bilingüe.

Como punto de aclaración, en el sistema educativo mexicano, se entiende por educación intercultural –oficialmente– a aquella que atiende a la diversidad cultural y lingüística, que promueve el respeto a las diferencias, y fortalece la identidad local, regional y nacional. Por su parte, se entiende por educación bilingüe aquella que favorece la adquisición, fortalecimiento, desarrollo y consolidación tanto de la lengua indígena como del español, y elimina la imposición de una lengua sobre otra (cf., Secretaría de Educación Pública [SEP], 1999).

El desarrollo de recursos pedagógicos para apoyar la tarea educativa en las escuelas indígenas, de manera que se promueva la interculturalidad y el bilingüismo aditivo (Lambert, 1975), ha estado durante varias décadas al centro del quehacer de los alumnos y académicos que formamos parte de la Licenciatura en Educación Indígena en la Universidad Pedagógica Nacional de México. Los autores de este artículo formamos parte de un grupo que ha centrado su preocupación en los sistemas de numeración. Desde el año 2008, alumnos hablantes de no menos de 18 lenguas originarias han formado parte del equipo, cuya tarea central ha sido el desarrollo de recursos para apoyar la enseñanza de la numeración propia en las escuelas indígenas.

Nuestra preocupación por la numeración se deriva, primero, de reconocer a la lengua como un aspecto central de la cultura de un pueblo (Fishman, 1991; Jiang, 2000) y, segundo, de considerar al sistema de numeración como una parte integral de toda lengua (Campbell, Kaufman, & Smith-Stark, 1986; Greenberg, 1990). Estos sistemas están morfológica y semánticamente interrelacionados con todos los otros aspectos de una lengua y reflejan

múltiples aspectos de las prácticas culturales, actuales e históricas, de los pueblos que la hablan, particularmente de aquellas en las que se cuantifica (Bishop, 1999).

Una característica distintiva de las lenguas mesoamericanas que se hablan en el territorio mexicano es que poseen sistemas de numeración complejos, lo que implica la presencia de bases aditivas y multiplicativas, además de la posibilidad de expresar cantidades relativamente grandes, en el rango de los cientos de miles e incluso más allá (Barriga, 1998). Como se mencionó arriba, el presente artículo se centra en el diseño de una propuesta didáctica de la numeración de una de estas lenguas, el *tu'un savi*. Esta lengua se habla en la Región Mixteca, la cual abarca tres Estados de la República Mexicana: Guerrero, Puebla y Oaxaca. A sus hablantes se les conoce como Mixtecos, aunque ellos prefieren la denominación de *Ñuu Savi* (pueblo de la lluvia y de la nube).

3. APROXIMACIÓN AL DISEÑO DIDÁCTICO EN MATEMÁTICAS

El modelo de diseño didáctico en matemáticas que adoptamos en el proyecto es el desarrollado por Paul Cobb y sus colegas (Cobb & McClain, 2004; Cobb, Zhao, & Visnovska, 2008). En términos teóricos, este modelo se fundamenta en la epistemología genética de Piaget, en el interaccionismo simbólico de Blumer, y en la teoría socio-histórica de la actividad (Bowers, Cobb, & McClain, 1999). En términos metodológicos, el modelo fue desarrollado en el marco de la investigación basada en el diseño, e implicó incorporar elementos del marco interpretativo del aprendizaje y la enseñanza matemática en el aula, desarrollado por Cobb y sus colegas (Cobb, 2000) a la Teoría de las Matemáticas Realistas (Gravemeijer, 1994).

Es importante destacar que el modelo de Cobb y sus colegas se diferencia de manera significativa de los modelos de diseño didáctico tradicionales, en los que se adoptan perspectivas positivistas. Entre estas diferencias está, en primer lugar, el no considerar al aprendizaje de las matemáticas en la escuela como el resultado de un proceso de transmisión o transposición de conocimientos, sino siempre de construcción social de éstos (Cobb, Stephan, McClain, & Gravemeijer, 2001). Además, en el modelo de Cobb y sus colegas, no se asume la existencia de una relación causal entre eventos particulares de enseñanza y el aprendizaje. Es así que no se busca provocar formas particulares de

aprendizaje matemático a través de la manipulación de variables didácticas. En lugar de ello, se considera que el aprendizaje matemático emerge de la participación de los estudiantes en actividades colectivas, las cuales son socialmente constituidas en la interacción y negociación de significados en los que constantemente participan todos los miembros de un aula. En estas interacciones y negociaciones, se reconoce que el maestro juega un papel preponderante.

Desde la perspectiva del modelo de Cobb y sus colegas, se busca entonces desarrollar recursos que tengan como destinatarios principales a los docentes. Esto es, que cumplan la función de apoyar a los maestros en la constitución en sus aulas de sistemas de actividades que fomenten el desarrollo de nociones matemáticas, en formas que pueden reconocerse como deseables (Cobb et al., 2008). Este es un punto importante de destacar ya que hace que el modelo de Cobb y sus colegas contraste con los modelos de diseño didáctico tradicionales que procuran desarrollar recursos, de los que se espera que –siendo adecuadamente aplicados– impacten directa y favorablemente en el aprendizaje matemático de los estudiantes.

Al centro del modelo de diseño didáctico de Cobb y sus colegas está la formulación de trayectorias o progresiones de aprendizajes esperados (Stephan, Bowers, & Cobb, 2003). Se trata de desarrollos de naturaleza conceptual, en los que se especifican los objetivos claves en el aprendizaje de una idea o concepto matemático, la secuencia en la que se han de cumplir y los medios que pueden contribuir al logro de cada uno de ellos. Se espera que estos recursos apoyen a los docentes en evaluar, formativa y continuamente, el progreso de sus alumnos, así como en la toma de decisiones relativas a cómo ir interactuando con el grupo.

Un último punto a destacar del modelo de Cobb y sus colegas es su orientación pragmática, la cual es consistente con la noción de *bricolaje* (Cobb et al., 2001; Gravemeijer, 1994). Al igual que en la Teoría de la Educación Matemática Realista, se considera que es válido recurrir a todo tipo de fuentes, tanto de naturaleza académica como didáctica, y retomar y adaptar flexiblemente desarrollos teóricos y metodológicos, siempre que ello contribuya a lograr los objetivos de aprendizaje de una propuesta didáctica.

4. LAS FASES EN EL DISEÑO DE UNA PROPUESTA

4.1 Primera fase: el análisis del sistema de numeración

En congruencia con el modelo de Cobb y sus colegas, la primera fase en el proceso que seguimos para diseñar una propuesta didáctica, para la enseñanza de un sistema de numeración oral, implica especificar la naturaleza conceptual de las ideas matemáticas a ser desarrolladas por los alumnos. Para ello hemos encontrado de mucha utilidad el analizar la morfología del sistema de numeración, con fines didácticos.

La metodología que utilizamos en nuestros análisis es una adaptación, libremente realizada por nosotros, de la metodología originalmente desarrollada por el lingüista Joseph Greenberg (1990). Esta adaptación la hicimos siguiendo tanto la orientación pragmática del modelo de Cobb y sus colegas, como su espíritu bricolaje. Implica enfocar los análisis en identificar la lógica cuantitativa de los sistemas de numeración, así como aspectos que le podrían resultar difíciles de entender a un aprendiz³.

En los análisis que realizamos, el primer paso consiste en escribir los números en la lengua hasta el 100, asociando cada uno con el numeral indo-arábigo que le corresponde. En la Tabla 1 se ejemplifica el caso del *tu'un savi* hasta el 40.

TU'UN SAVI		TU'UN SAVI	
1	in	21	oko in
2	uu	22	oko uu
3	uni	23	oko uni
4	kumi	24	oko kumi
5	u'un	25	oko u'un
6	iñu	26	oko iñu
7	uja	27	oko uja
8	una	28	oko una
9	ín	29	oko ín
10	uxi	30	oko uxi
11	uxi in	31	oko uxi in
12	uxi uu	32	oko uxi uu
13	uxi uni	33	oko uxi uni
14	uxi kumi	34	oko uxi kumi

³ En el proyecto se han analizado de esta forma los sistemas de numeración de las siguientes lenguas: chatino, ch'ol, huasteco, huichol, mazahua, mazateco, mixe, mixteco, náhuatl, otomí, tarahumara, tepehuano del sur, tlapaneco, totonaco, triqui, tzeltal, tsotsil, y zapoteco (cf., Cortina, 2013).

15	xe'o	35	oko xe'o
16	xe'o in	36	oko xe'o in
17	xe'o uu	37	oko xe'o uu
18	xe'o uni	38	oko xe'o uni
19	xe'o kumi	39	oko xe'o kumi
20	oko	40	uu xiko

Tabla 1. La numeración *tu'un savi* hasta el 40

Como segundo paso, se utiliza el corpus generado para identificar cuáles números se componen de una única expresión (o lexema numérico) y cuáles de varias. En la Tabla 1 podemos ver que, en *tu'un savi*, los números hasta el 10 caen en el primer caso, son *monolexémicos*. También lo son el 15 (*xe'o*) y el 20 (*oko*). Todos los demás se construyen usando dos o más números monolexémicos. Por ejemplo, los números 11, 12, 13 y 14 se construyen combinando el número *uxi* (10) con, según el caso, *in* (1), *uu* (2), *uni* (3) y *kumi* (4). En el tercer paso se identifican las operaciones aritméticas presentes en las expresiones de los números en los que se usa más de un lexema numérico (ver Tabla 2). En el caso del *tu'un savi*, las únicas dos operaciones que se usan son la suma y la multiplicación.

TU'UN SAVI configuración aritmética			TU'UN SAVI configuración aritmética		
1	in	monolexémico	21	oko in	20+1
2	uu	monolexémico	22	oko uu	20+2
3	uni	monolexémico	23	oko uni	20+3
4	kumi	monolexémico	24	oko kumi	20+4
5	u'un	monolexémico	25	oko u'un	20+5
6	iñu	monolexémico	26	oko iñu	20+6
7	uja	monolexémico	27	oko uja	20+7
8	una	monolexémico	28	oko una	20+8
9	iín	monolexémico	29	oko iín	20+9
10	uxi	monolexémico	30	oko uxi	20+10
11	uxi in	10+1	31	oko uxi in	20+10+1
12	uxi uu	10+2	32	oko uxi uu	20+10+2
13	uxi uni	10+3	33	oko uxi uni	20+10+3
14	uxi kumi	10+4	34	oko uxi kumi	20+10+4
15	xe'o	monolexémico	35	oko xe'o	20+15
16	xe'o in	15+1	36	oko xe'o in	20+15+1
17	xe'o uu	15+2	37	oko xe'o uu	20+15+2
18	xe'o uni	15+3	38	oko xe'o uni	20+15+3
19	xe'o kumi	15+4	39	oko xe'o kumi	20+15+4
20	oko	monolexémico	40	uu xiko	2×20

Tabla 2. Configuraciones aritméticas de los numerales *tu'un savi* hasta el 20

El cuarto paso en el análisis consiste en identificar las bases aditivas y multiplicativas del sistema. En el caso del *tu'un savi*, se nota que tanto *uxi* (10) como *xe'o* (15) son bases aditivas, porque se les utiliza para construir los cuatro números que les siguen (ver Tabla 2). La primera base multiplicativa es *oko* (20), la cual, cuando es multiplicada, se modifica fonéticamente y se expresa como *xiko*. Vale la pena señalar aquí que en el sistema se utilizan al menos otras dos bases para expresar números relativamente grandes, ambas correspondiendo a potencias de 20: *tuvi* (400 o 20^2) y *titni* (8000 o 20^3).

El quinto paso en el análisis consiste en identificar las irregularidades. Se trata de números que se expresan de una forma que no obedece a la lógica general del sistema. Por ejemplo, en español, las expresiones numéricas *once*, *doce*, *trece*, *catorce* y *quince* rompen con la lógica del sistema de varias maneras. Para empezar, en ellas la operación de la suma no está marcada con el fonema “i”, como sí lo está en las expresiones *dieciséis*, *diecisiete* y todas las implican la suma de dos número hasta *noventa y nueve*. Además, en esas expresiones al número menor se le suma el mayor (ej., *trece*: $3+10$), cuando la regularidad en el sistema es a la inversa (ej. *noventa y nueve*: $90+9$). También vemos en esas expresiones que varios de los números se expresan de manera anómala: *uno* es expresado como *on*, *cuatro* como *cator*, *cinco* como *quin*, y *diez* como *ce*. Contrastando con el español, y muchas otras lenguas europeas, hemos encontrado que los sistemas de numeración de las lenguas originarias de México son muy regulares. En el caso del *tu'un savi* se nota que la única irregularidad que tiene es la de expresar al 20 como *xiko*, en lugar de cómo *oko*, cuando es multiplicado (*oko*: 20; *uu xiko*: 2×20 ; *uni xiko*: 3×20 ; *kumi xiko*: 4×20 ; *u'un xiko*: 5×20).

El sexto y último paso en el análisis de un sistema de numeración consiste en identificar otros aspectos que podrían ser relevantes en términos didácticos. Por ejemplo, hay sistemas en los que se puede reconocer que el nombre de algunos números está semánticamente vinculado con elementos importantes de la realidad cultural. Así, en las lenguas que se hablan en el estado mexicano de Chiapas, la expresión que se usa para 20 es igual o muy similar a la que se usa para referirse al cuerpo humano. En contraste, en el *tu'un savi* no se reconoce expresión numérica alguna de este tipo.

El análisis que le realizamos al sistema de numeración del *tu'un savi* nos permite reconocer dos aspectos del mismo de gran relevancia en términos didácticos. El primero es que se usa

Cortina, J. L., & Rojas, C. G. (2016). Didáctica de los sistemas de numeración de las lenguas indígenas: el diseño de una propuesta para escuelas primarias unidocentes. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 103-126.

a 20 y sus potencias como bases multiplicativas. El segundo es que se usan dos bases aditivas, adicionales a la base multiplicativa (*uxi*, 10; y *xe'ó*, 15).

Estos aspectos son didácticamente importantes ya que hacen que, por una parte, pueden llevar a que la numeración *tu'un savi* le parezca extraña y confusa a quien se ha acostumbrado a la lógica del sistema de numeración de una lengua dominante como el español, por lo que se vuelve necesario procurar que los aspectos mencionados sean reconocidos y entendidos por los estudiantes. Por otra parte, se hace necesario adecuar los desarrollos existentes en el campo de la didáctica de la numeración oral, ya que éstos se han enfocado a sistemas de lenguas dominantes, incluyendo al inglés y al japonés (Miura & Okamoto, 2003), las cuales siguen una lógica cuantitativa distinta: generalmente decimal y sin que se haga uso de bases aditivas adicionales a la base multiplicativa.

4.2 Segunda fase: definición de los objetivos de aprendizaje centrales

También en congruencia con el modelo de Cobb y sus colegas, la segunda fase en el proceso que seguimos para diseñar una propuesta didáctica implica establecer los objetivos de aprendizaje centrales y su posible progresión. Para hacer esto se recurre a la literatura existente.

El estudio de la adquisición y dominio de la numeración oral forma parte del campo de investigación del desarrollo temprano del pensamiento aritmético. En general, se reconoce que la numeración oral juega un papel central en el desarrollo del conteo (Sarama & Clements, 2009). Más adelante, si la numeración implica el uso de un sistema con bases, este sistema se vuelve un referente central para la comprensión de nociones numéricas relativamente complejas (Nunes & Bryant, 1996).

Según Nunes (1996), la adquisición de la numeración oral implica dos fases. La primera consiste en memorizar las palabras numéricas en un orden fijo. La segunda, en superar la simple memorización de las etiquetas numéricas a través de comprender las formas en las que éstas se generan. Esta autora aclara que si bien la tarea de memorizar puede ser similar, la de entender cómo es que se generan las etiquetas numéricas no es igual para los niños hablantes de diferentes lenguas.

Con base en la literatura en el campo, es posible entonces reconocer dos objetivos centrales de una didáctica de la numeración oral de una lengua. El primero de ellos implica apoyar la memorización de los nombres de los primeros números y, el segundo, la comprensión de la lógica semántico-matemática que rige al sistema de numeración, incluyendo sus irregularidades.

En relación con el primer objetivo, es importante señalar que la memorización de la parte inicial de la secuencia numérica implica mucho más que la capacidad de pronunciarla correctamente, en orden ascendente y a partir de número uno. Como lo señalan Wright, Martland, Stafford, & Stanger, (2006), cumplir con este objetivo de aprendizaje implica que los estudiantes puedan pronunciar la secuencia también en forma descendente, e incluso que puedan reconocer fácilmente el nombre del antecesor y del sucesor de cada número.

Para el caso concreto de la propuesta didáctica del sistema de numeración *tu'un savi*, se especificó que cumplir con este primer objetivo de aprendizaje implicaría que los niños memorizaran y dominaran la secuencia del *in* (1) al *oko* (20).

Con base en el trabajo de Nunes (1996), el segundo objetivo de aprendizaje conlleva que los alumnos entiendan algunas nociones numéricas relativamente complejas. Por una parte, para comprender la lógica semántico-matemática que rige a un sistema de numeración con bases, los estudiantes deben entender que unidades con valores diferentes pueden combinarse por medio de la adición, lo que implica el concepto de *composición aditiva del número*. Por ejemplo, en el numeral *xe'o uu*, las expresiones *xe'o* (15) y *uu* (2) se combinan aditivamente para expresar la cardinalidad de 17 (ver Tabla 2).

Los estudiantes también deben entender que las unidades pueden tener valores diferentes, lo que implica el concepto de *valor relativo* (Nunes, 1996). Por ejemplo, en *tu'un savi*, la expresión *uu* (2) al aparecer antes de un número mayor, como en la expresión "*uu xiko*" (40), representa el valor no de un sumando ($2 + 20$) sino de un multiplicador (2×20 ; ver Tabla 2).

Para el caso de la propuesta para la numeración *tu'un savi*, se especificó que cumplir con este segundo objetivo implicaría que los alumnos entendieran la función que realizan en el sistema el *uxi* (10) y el *xe'o* (15) como bases aditivas, y el *oko* (20) como base multiplicativa.

Un tercer objetivo de aprendizaje que definimos se deriva del campo de la educación bilingüe (Baker, 2006), donde se reconoce que los niños hablantes de dos lenguas tienen el potencial de aventajar a quienes son monolingües, al poder comparar diversos aspectos de dos sistemas –ya sean semánticos, morfológicos o fonéticos– y desarrollar una sensibilidad lingüística al hacerlo (Cummins, 1994). Siguiendo la orientación general del modelo de Paul Cobb y sus colegas para el diseño didáctico en matemáticas, esta perspectiva general de la educación bilingüe la retomamos y adaptamos para el caso de la numeración oral. Consideramos que dominar el sistema de numeración de una lengua originaria debe de incluir la comprensión de las similitudes y diferencias de éste con el sistema de la lengua dominante (el español), así como con el sistema de numeración indo-arábigo, cuyo uso en el mundo de hoy es prácticamente universal.

Es así que establecimos que un tercer objetivo de aprendizaje implicaría que los estudiantes logran desarrollar la habilidad de transitar con facilidad entre tres sistemas numéricos: el de la lengua original, el del español y el indo-arábigo. Para ello tendrían que conocer y entender de las diferencias estructurales básicas que existen entre los sistemas. Para el caso de la propuesta didáctica que está al centro de este artículo, la lengua original sería el *tu'un savi*, por supuesto.

En este punto es importante resaltar que el sistema de numeración indo-arábigo se gobierna por una lógica que es significativamente diferente tanto a del *tu'un savi* como a la del español y, de hecho, de la del sistema de numeración de cualquier lengua. Una de las diferencias está en el uso del *cero*. Mientras que la grafía “0” aparece con singular frecuencia en la serie de los números indo-arábigos, la expresión *cero* no se usa como lexema para formar el nombre de otros números, ni en español, ni en *tu'un savi*, ni –al parecer– en lengua alguna (Greenberg, 1990). En general, se puede afirmar que dominar el sistema de numeración indo-arábigo representa un reto importante para todos los niños, independientemente de las características estructurales de la numeración de su lengua materna (Fuson, Smith, & LoCicero, 1998).

El cuarto y último objetivo que especificamos no es propiamente de aprendizaje, pero sí se relaciona estrechamente con éste. También se deriva de la literatura sobre educación bilingüe, pero específicamente de la que se enfoca en las minorías lingüísticas (Landry,

Allard, & Deveau, 2007). En este cuerpo de literatura, se considera importante no sólo que los niños aprendan sobre su lengua materna en la escuela, sino que también la utilicen de manera regular. Es así que, como parte de una didáctica de la numeración de las lenguas indígenas, consideramos importante desarrollar recursos que apoyen a los maestros a promover el uso constante del sistema de numeración en sus aulas.

Para el caso concreto de la propuesta didáctica del sistema de numeración *tu'un savi*, se especificó que cumplir con este último implicaría diseñar actividades, de carácter lúdico y colectivo, que pudieran ser instrumentadas de manera regular en un aula. Además, se consideró importante desarrollar recursos de naturaleza conceptual que le facilitaran a los maestros la identificación de objetivos curriculares que pueden ser cubiertos a través del estudio y uso del sistema de numeración de una lengua originaria⁴.

En la Figura 1 se sintetiza la progresión de objetivos de aprendizaje que fue desarrollada:

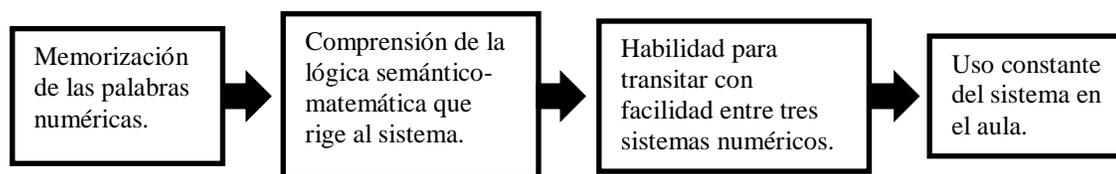


Figura 1. Progresión de objetivos para apoyar el aprendizaje del sistema de numeración de una lengua indígena

4.3 Tercera fase: tomar en cuenta el contexto institucional de las escuelas indígenas

La tercera fase en el proceso que seguimos para diseñar una propuesta didáctica es consistente con la consideración de Avila (2014), quien señala la importancia de que, en el proceso de desarrollar recursos didácticos, sean tomadas en cuenta las condiciones contextuales en que se espera que sean utilizados. Según las estadísticas oficiales mexicanas, el promedio de maestros por escuela en el subsistema indígena fue de 3.6, en el ciclo escolar 2013-2014 (SEP, 2015). Ello implica que la enorme mayoría de las escuelas

⁴ Un ejemplo de este tipo de objetivos en el plan de estudios oficial de México es lograr que los alumnos expliquen “las similitudes y diferencias entre las propiedades del sistema decimal de numeración y las de otros sistemas” (SEP, 2011, p. 62).

sea de tipo multigrado; esto es, escuelas en las que alumnos que cursan varios grados escolares comparten un aula y tienen un mismo maestro.

En el caso específico de la región mixteca, donde se habla el *tu'un savi*, el promedio es de 2.9 maestros por escuela. En esta región abundan las instituciones escolares que operan incluso con un solo docente. Éste, además de hacerse cargo de la educación de veinte o más niños que se encuentran cursando hasta seis grados diferentes, tiene que cubrir las funciones burocráticas de un director de escuela (Weiss, 2000).

Para el desarrollo de una didáctica de los sistemas de numeración, la situación institucional de las escuelas indígenas representa un reto adicional. Se vuelve necesario desarrollar recursos que le permitan a un maestro constituir en su aula un sistema de actividades (Cobb & McClain, 2002) que implique la participación activa de estudiantes con edades, habilidades, y niveles de desarrollo intelectual significativamente diferentes.

Siguiendo el modelo de Cobb y sus colegas (Cobb & McClain, 2004; Cobb et al., 2008), inicialmente tratamos de afrontar este reto recurriendo a la literatura en el campo. Descubrimos que el contexto multigrado ha estado ausente de la investigación en didáctica de las matemáticas. Sin embargo, identificamos algunos documentos publicados por la SEP con propuestas para trabajar en este tipo de aulas; uno de los cuales es específico al campo de las matemáticas (SEP, 2008). Estos documentos fueron elaborados, según se menciona en ellos mismos, a partir de identificar prácticas exitosas en escuelas multigrado.

La revisión de los documentos de la SEP, así como la experiencia del segundo autor de este artículo, quien cuenta con 15 años de experiencia docente en aulas multigrado, nos sirvieron de base para especificar un principio rector en el diseño de una propuesta didáctica para una escuela multigrado, así como varios puntos que se derivarían del mismo. Como principio rector, consideramos que se debe de favorecer el que todos los niños en el aula se conciban como parte de una sola comunidad de aprendizaje, dedicada a un objetivo común; independientemente del grado escolar que estén cursando.

Tomando como base este principio, y retomando diferentes sugerencias incluidas en los documentos de la SEP, consideramos los siguientes cuatro puntos para el diseño de una propuesta para ser usada en aulas multigrado:

- 1) Si bien es necesario agrupar a los niños de acuerdo a sus edades y niveles de desarrollo intelectual, el número de subgrupos debe de permanecer pequeño (no más de tres). Ello implicará una ventaja logística para el maestro, al reducir el número de subgrupos cuya actividad deberá coordinar. También ayudará a reducir la fragmentación de la clase y a promover el que los niños se reconozcan como miembros de una misma comunidad de aprendizaje.
- 2) Todos los subgrupos deben de trabajar siempre el mismo tema, aunque en diferentes niveles de complejidad, independientemente de la edad y grado que estén cursando los miembros de cada uno. Con ello se favorecerá el que todos los niños se vean como participantes en una empresa común.
- 3) Se debe procurar que existan múltiples actividades en las que todos los estudiantes participen como un solo grupo.
- 4) Finalmente, se debe de procurar involucrar a los estudiantes más avanzados en tareas de enseñanza, tanto de sus pares como de los alumnos más jóvenes. Esto, no sólo con el objetivo de apoyar la labor del docente, sino también de fomentar la integración de todos los alumnos en una misma comunidad de aprendizaje.

5. PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LA NUMERACIÓN TU'UN SAVI

La propuesta para la enseñanza de la numeración *tu'un savi* se encuentra contenida en el trabajo de titulación del segundo autor de este artículo (Rojas, 2016). Tiene una extensión de setenta cuartillas. Su diseño tomó como referente a la escuela unidocente, considerando que así podría ser adaptada a cualquier aula de la región mixteca, independientemente de los grados incluidos en ella.

5.1 Progresión de aprendizajes esperados

La propuesta se organiza en cuatro temas. Cada uno se centra en procurar uno de los cuatro objetivos de aprendizaje arriba descritos (ver Figura 1). Los temas son:

- Tema I: Memorización de la secuencia numérica *tu'un savi* hasta el *oko* (20)
- Tema II: Dominio de la lógica cuantitativa de la numeración *tu'un savi*
- Tema III: Representación indo-arábica y nombre en español de los números del *tu'un savi*

- Tema IV: Uso constante de la numeración *tu'un savi*

Es importante resaltar que, siguiendo el modelo de Cobb y sus colegas (Cobb & McClain, 2004; Cobb et al., 2008), se espera que la progresión de aprendizajes esperados sea el recurso principal que guíe el quehacer de un docente. De hecho, se espera que ésta sirva de referente para que los maestros tomen decisiones sobre qué adaptaciones hacerle a las actividades propuestas, así como sobre cuándo procurar reforzar conocimientos, y cuándo avanzar hacia un nuevo tema. En relación a esto último, se espera que se avance hacia un nuevo tema sólo cuando se ha cumplido con el objetivo principal de aprendizaje del tema anterior.

Por estar orientada hacia la escuela unidocente, la propuesta para la enseñanza de la numeración *tu'un savi* recomienda organizar a los alumnos en tres subgrupos, o ciclos: (I) primer y segundo grados, (II) tercer y cuarto grados, y (III) quinto y sexto grados. Los objetivos que se especifican para cada tema son, en algunos casos, los mismos para todos los alumnos. Por ejemplo, el objetivo de aprendizaje del Tema I es: Que los niños aprendan a pronunciar oralmente y con flexibilidad la secuencia numérica del *tu'un savi*, progresiva y regresivamente, del uno al veinte.

En otros casos, los objetivos varían para cada subgrupo. Así, para el Tema II, se especifican objetivos diferenciados, tomando en cuenta el nivel de desarrollo del pensamiento aritmético de los alumnos de diferentes edades:

- Primer ciclo: Que los niños dominen la lógica cuantitativa hasta *uu xiko* (40)
- Segundo ciclo: Que los niños dominen la lógica cuantitativa hasta *in tuvi* (400).
- Tercer ciclo: Que los niños dominen la lógica cuantitativa hasta *in titni* (8000).

5.2 Medios de apoyo

Además de la progresión de aprendizaje, la propuesta para la enseñanza de la numeración *tu'un savi* incluye tres tipos de medios de apoyo: (1) actividades para trabajar en el grupo (25 en total), (2) herramientas didácticas para apoyar objetivos específicos de aprendizaje, y (3) sugerencias de cómo organizar al grupo y de cómo interactuar con él.

En relación con las actividades propuestas, en cada una se especifica el subgrupo (o ciclo) con el que se propone que sea utilizada, su propósito didáctico dentro del objetivo principal

de aprendizaje de cada tema, y los materiales que se requieren para su realización. Algunas de las actividades están diseñadas para trabajar simultáneamente con toda la clase y otras son específicas para un ciclo.

En general, las actividades tienen un tinte lúdico y de resolución de problemas. Por ejemplo, para cumplir con los objetivos del Tema I, se propone instrumentar una actividad lúdica denominada *va y viene*, la cual fue adaptada de Wright et. al (2006). Su propósito didáctico es apoyar la memorización de la secuencia hasta el *u'un* (5). Se realiza con los tres ciclos y consiste en decir la secuencia de manera alternada.

En una primera versión, el docente dice “in” (1) y un alumno debe responder “uu” (2), el docente dice entonces “uni” (3) y otro alumno responde “kumi” (4), finalmente, el docente dice “u'un” (5) . En otra versión, el docente va a señalando a diferentes niños para que vayan pronunciando cada número en la secuencia.

En relación con las herramientas, la propuesta incluye una que se denomina *dinerito ñuu savi* (ver Figura 2), de la cual se espera que cumpla diversas funciones. Por una parte, se utiliza en actividades que tienen como fin apoyar el reconocimiento y uso fácil de las bases aditivas y base multiplicativa de la numeración *tu'un savi*, para expresar cantidades (Tema II). Por ejemplo, en una de esas actividades se le pide a los niños que exploren diferentes formas en las que se puede reunir una cierta cantidad de dinero, sin excederse. Después se le pide a los niños que determinen y justifiquen cuál es la forma más práctica (o económica) de reunir la cantidad, procurando que reconozcan que ésta coincide con cómo se nombra al número en *tu'un savi*.

En la Figura 3 se muestra el caso de completar la cantidad de 35 pesos. Como se puede notar, la forma más práctica es la tercera, la cual coincide con cómo se expresa el número en *tu'un savi*: *oko xe'o* (ver Tabla 2).

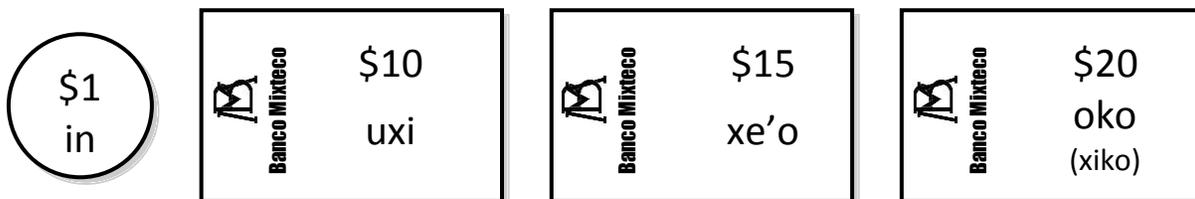


Figura 2. Dinerito ñuu savi

El dinerito ñuu savi también se usa en actividades que buscan promover el uso constante del sistema de numeración en el aula (Tema IV). Una de ellas se llama *La tiendita* e implica jugar a la compra y venta de productos de la región. En esta actividad se propone que, en todas las transacciones, las cantidades sean nombradas exclusivamente en *tu'un savi*.

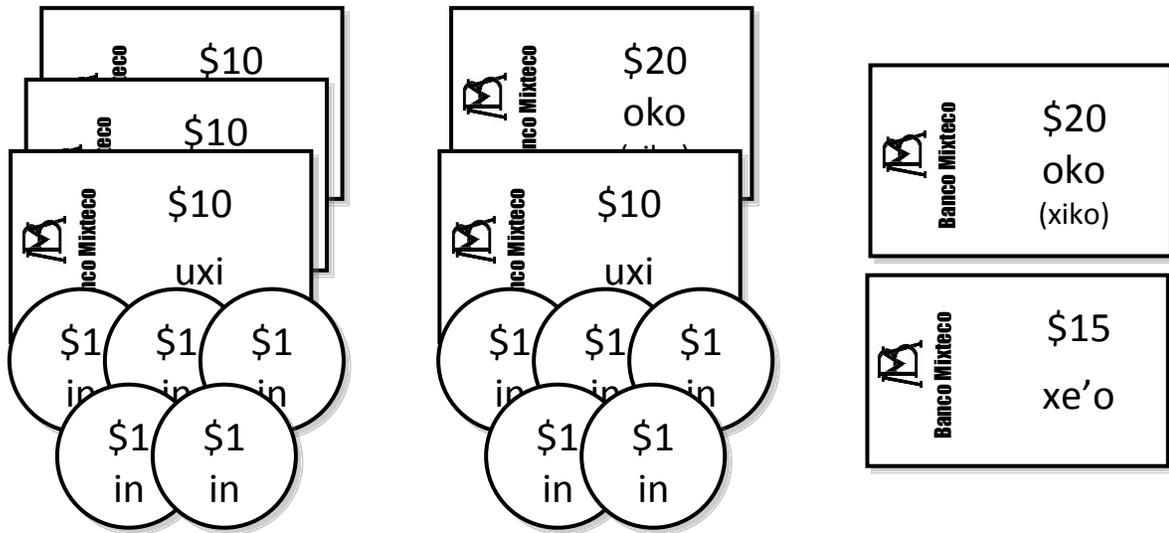


Figura 3. Tres formas de completar 35 pesos con el dinerito ñuu savi

La otra herramienta que se incluye en la propuesta didáctica es la *tableta numérica del tu'un savi* (ver Figura 4). Se trata de una tabla de doble entrada organizada de manera vigesimal. Se utiliza en actividades que buscan apoyar a los estudiantes a reconocer la relación que existe entre la numeración *tu'un savi* y la indo arábica (Tema III). La tableta se utiliza siguiendo una lógica de coordenadas.

		in	uu	uni	kumi	u'un	ñuu	uja	una	ín	uxi	uxi in	uxi uu	uxi uni	uxi kumi	xe'o	xe'o in	xe'o uu	xe'o uni	xe'o kumi
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
oko	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
uu xiko	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
uni xiko	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
kumi xiko	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
u'un xiko	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119

Figura 4. La tableta numérica del *tu'un savi*

El nombre *tu'un savi* de un número indo arábico se puede encontrar leyendo primero la expresión que se encuentra en la misma fila y después el que se encuentra en la misma

columna: 75, uni xiko xe'o. De manera recíproca, la representación indo arábica de un número del *tu'un savi* se puede conocer identificando la fila y la columna en la que se encuentran las expresiones que lo conforman.

Las actividades en las que se utiliza la tableta numérica del *tu'un savi* buscan que los alumnos la vayan interiorizando, de manera que, eventualmente, puedan asociar con facilidad el nombre *tu'un savi* de un número y su representación indo arábica sin tener que consultarla.

En consistencia con el modelo de Cobb y sus colegas para el diseño didáctico en matemáticas (Cobb & McClain, 2004; Cobb et al., 2008), además de actividades y herramientas, la propuesta incluye como medios de apoyo sugerencias de cómo cultivar ciertas normas de participación, además de cómo organizar al grupo. En esencia, con estas sugerencias se procura cumplir con el principio rector, arriba descrito, de favorecer que todos los niños en el aula se conciben como parte de una sola comunidad de aprendizaje.

6. PROPUESTA A PRUEBA DE LA PROPUESTA

Desde la perspectiva general de la investigación basada en el diseño, se espera que los productos que se generan puedan ser mejorados a través de la instrumentación de ciclos continuos de puesta a prueba y reformulación (Gravemeijer & Cobb, 2006). Así, la propuesta para la enseñanza de la numeración *tu'un savi* fue puesta a prueba, por primera vez, en abril del 2015, en una escuela unidocente que contaba con veintiún alumnos: tres de segundo grado, tres de tercero, nueve de cuarto, cuatro de quinto y dos de sexto. Ocho eran niñas y trece, niños.

La puesta a prueba consistió de cinco sesiones de una hora de duración. La progresión de aprendizajes esperados le permitió al experimentador hacer una rápida evaluación del nivel de dominio que tenían los niños de la numeración *tu'un savi*. Sólo algunos conocían los nombres hasta el *uxi* (10). Nadie podía decir la secuencia de manera regresiva.

Cortina, J. L., & Rojas, C. G. (2016). Didáctica de los sistemas de numeración de las lenguas indígenas: el diseño de una propuesta para escuelas primarias unidocentes. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 103-126.

Las actividades y herramientas diseñadas le resultaron útiles al experimentador para concretar los objetivos del Tema I y para avanzar significativamente en los del Tema II. Los niños participaron con mucho entusiasmo desde el primer momento⁵ (ver Figura 5).



Figura 5. Alumnos participando entusiastamente en un juego de lectura de reconocimiento de números *tu'un savi*

El dinerito ñuu savi resultó ser un recurso muy útil. Éste fue empleado en una actividad en que se jugó a comprar y vender plantas medicinales que los niños trajeron de sus casas (ver Figura 6).



Figura 6. Alumnos usando el dinerito ñuu savi en la compraventa de plantas medicinales

Algo sorprendente fue el gran interés que generó la instrumentación de la propuesta en la comunidad. Observaron el trabajo con los alumnos, en diferentes momentos, el agente municipal, la presidente del comité de padres de familia, y varias de las madres de los

⁵ Un reporte completo de esta experiencia se encuentra en Rojas (2016).

niños. Incluso, el primero de ellos hizo una solicitud formal para que se le diera continuidad al trabajo en el futuro.

De este ejercicio de experimentación se determinó que la propuesta didáctica era útil y viable para ser trabajada, por un docente experto, en escuelas unidocentes de la región mixteca (cf., Rojas, 2016). Más importante, se reconoció una cuestión que no había sido contemplada en la propuesta original y debe ser incorporada en su reformulación.

Durante toda la experimentación, estuvo presente la maestra regular del grupo, quien mostró gran interés por el trabajo que se estuvo realizando. Sin embargo, fue notorio que desconocía el contenido que se estaba enseñando, además de que le eran ajenas tanto la estrategia del experimentador de utilizar una progresión de aprendizaje como guía principal de sus esfuerzos educativos, como las formas generales de enseñanza que éste instrumentaba. Así pues, se hizo evidente que la posibilidad de diseminar exitosamente la propuesta, entre los maestros que trabajan en la región mixteca, dependerá del diseño e instrumentación exitosa de una estrategia de capacitación docente, la cual debe ser incorporada a la propuesta (Cobb & Jackson, 2015).

7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

A través de un largo proceso de lucha y resistencia, los pueblos originarios del territorio que hoy es México han ido logrando cambios importantes en las leyes que orientan el actuar del Estado hacia ellos. Así, han logrado que la homogeneización cultural y lingüística deje de ser una aspiración plasmada en las leyes nacionales y, en cambio, que se le reconozca a los pueblos originarios autonomía sobre sus patrimonios territoriales, culturales y lingüísticos, y se les den garantías de seguridad para la preservación y vitalización de éstos.

La educación pública ha estado dentro de la esfera de estos logros. Hoy el Estado mexicano reconoce a la escuela indígena como un espacio en el que se debe de favorecer “la adquisición, fortalecimiento, desarrollo y consolidación de la lengua indígena” (SEP, 1999, p. 8), y también en el que los planes y programas de estudios nacionales pueden ser flexiblemente aplicados, de manera que se incorporen saberes locales a los contenidos curriculares, y se favorezca la innovación pedagógica.

Cortina, J. L., & Rojas, C. G. (2016). Didáctica de los sistemas de numeración de las lenguas indígenas: el diseño de una propuesta para escuelas primarias unidocentes. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 103-126.

Como ya se mencionó, falta mucho por hacer para que los logros plasmados en la normatividad se concreten en el quehacer cotidiano de los centros escolares que le dan servicio a las comunidades indígenas de México (cf., Schmelkes, 2010). El presente artículo describe los esfuerzos que nuestro equipo de investigación ha realizado para desarrollar una didáctica que haga posible la incorporación de saberes matemáticos propios de los pueblos originarios, a la enseñanza que se imparte en estas escuelas.

Explicamos cómo este tipo de didácticas puede contribuir no solo a la recuperación y vitalización de aspectos específicos de la cultura indígena, sino también a la formación matemática general de los alumnos que se impliquen en ella. Una didáctica como la que proponemos abre la posibilidad de que los niños indígenas reconozcan a las matemáticas como parte de lo propio, en lugar de como lo impuesto y ajeno (D'Ambrosio, 2007; Gutierrez, 2007). Además, les brinda oportunidades de comprender nociones numéricas relativamente complejas.

Como se ilustra a lo largo del artículo, el desarrollo de este tipo de didácticas no es algo trivial. Implica allegarse recursos provenientes de múltiples fuentes y adaptarlos para responder a retos de índole muy variada. En nuestro caso, algunas de esas fuentes están en la investigación en educación matemática y otras en investigación en educación bilingüe. Además, también recurrimos a la lingüística, a los recursos que edita la autoridad educativa mexicana, y a nuestra propia experiencia docente.

El presente artículo también hace evidente el gran potencial que tiene la metodología de la investigación basada en el diseño para contribuir al desarrollo de este tipo de didácticas, orientando los esfuerzos en el proceso de seleccionar y adaptar recursos, y en el de procurar la mejora permanente de los diseños generados, a través de la instrumentación de ciclos de experimentación y reformulación.

8. REFERENCIAS

- Avila, A. (2014). La etnomatemática en la educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 19-49.
- Baker, C. (2006). *Foundations of bilingual education and bilingualism (4ta Ed.)*. Tonawanda, Nueva York, EUA: Multilingual Matters.

- Barriga, F. (1998). *Los sistemas de numeración indoamericanos*. México D. F.: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Bowers, J., Cobb, P., & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction*, 17, 25-64.
- Brown, A. L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2, 141-178.
- Campbell, L., Kaufman, T., & Smith-Stark, T. C. (1986). Meso-America as a linguistic area. *Language*, 62, 530-570.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. Kelly & A. Lesh (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 307-334). Mahwah, Nueva Jersey, EUA: Lawrence Erlbaum.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A. A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in education research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P., & Jackson, K. (2015). Supporting teachers' use of research-based instructional sequences. *ZDM*. doi: 10.1007/s11858-015-0692-5
- Cobb, P., & McClain, K. (2002). Supporting students' learning of significant mathematical ideas. In G. Wells, & G. Claxton (Eds.), *Learning for life in the 21st century: Sociocultural perspectives on the future of education*. Malden, Massachusetts, EUA: Blackwell.
- Cobb, P., & McClain, K. (2004). Proposed design principles for the teaching and learning of elementary statistics instruction. In D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 375-396). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *Journal of the Learning Sciences*, 10, 113-164.
- Cobb, P., Zhao, Q., & Visnovska, J. (2008). Learning from and adapting the theory of realistic mathematics education. *Education et Didactique*, 2(1), 55-73.
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. (Texto vigente, enero de 2016). Congreso Constituyente.
- Cortina, J. L. (2013). Supporting indigenous students' understanding of the numeration system of their first language. *Mathematics Education Research Journal*, 25, 23-42.
- Cummins, J. (1994). Primary language instruction and the education of language minority students. In C. Leyba (Ed.), *Schooling and language minority students* (pp. 3-46). Los Ángeles, California, EUA: Evaluation, Dissemination and Assessment Center.

- Cortina, J. L., & Rojas, C. G. (2016). Didáctica de los sistemas de numeración de las lenguas indígenas: el diseño de una propuesta para escuelas primarias unidocentes. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 103-126.
- D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. In J. Giménez, J. Díez-Palomar, & M. Civil (Eds.), *Educación Matemática y Exclusión*. Barcelona, España: Garó.
- Fishman, J. A. (1991). *Reversing language shift: Theoretical and empirical foundations of assistance to threatened languages*. Clevedon, Reino Unido: Multilingual matters.
- Fuson, K. C., Smith, S. T., & LoCicero, A. M. (1998). Supporting latino first graders' ten-structured thinking in urban classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 738-766.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht, Países Bajos: Utrecht CD-β Press.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research: The design, development and evaluation of programs, processes and products* (pp. 45-85). Nueva York, EUA: Routledge.
- Greenberg, J. H. (1990). Generalizations about numeral systems. In K. Denning, & S. Kemmer (Eds.), *On languages: Selected writings of Joseph H. Greenberg* (pp. 271-309). California, EUA: Stanford University Press.
- Gutierrez, R. (2007). Context matters: Equity, success, and the future of mathematics education. In T. Lamberg, & L. R. Wiest (Eds.), *Proceedings of the 29th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1-18). Reno, EUA: University of Nevada.
- Jiang, W. (2000). The relationship between culture and language. *ELT Journal*, 54(4), 328-334.
- Lambert, W. E. (1975). Culture and language as factors in learning and education. In A. Wolfgang (Ed.), *Education of immigrant student* (pp. 55-83). Toronto: OISE Press.
- Landry, R., Allard, R., & Deveau, K. (2007). Bilingual schooling of the Canadian Francophone minority: a cultural autonomy model. *International Journal of the Sociology of Language*, 185, 133-162.
- Ley General de Derechos Lingüísticos de los Pueblos Indígenas. (Texto vigente, junio de 2010). Congreso General de los Estados Unidos Mexicanos.
- Miura, I. T., & Okamoto, Y. (2003). Language supports for mathematics understanding and performance. In A. J., A. J. Baroody, & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 229-242). Mahwah, Nueva Jersey, EUA: Lawrence Erlbaum.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.

- Nunes, T. (1996). What is the difference between one, un, and yi? In C. S. Mansfield, N. A. Pateman, & N. Bednarz (Eds.), *Mathematics for tomorrow's young children: International perspectives on curriculum* (pp. 177-185). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Malden, Massachusetts, EUA: Blackwell.
- Rojas, G. C. (2016). *Propuesta didáctica, para la enseñanza de la numeración tu'un savi, para escuelas multigrado, indígenas, variante Ñuu Kuiñi, de Cuquila, Tlaxiaco, Oaxaca, región Mixteca*. (Trabajo de titulación para obtener el grado de licenciado, no publicado). Universidad Pedagógica Nacional, México, D. F.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research*. Nueva York, EUA: Routledge.
- Schmelkes, S. (2010). Indígenas rurales, migrantes, urbanos: una educación equivocada, otra educación posible. In A. Marchesi, & M. Poggi (Eds.), *Presente y futuro de la educación iberoamericana* (pp. 203-222). Madrid, España: Agencia Española de Cooperación Internacional para el Desarrollo, Fundación Carolina.
- Secretaría de Educación Pública. (1999). *Lineamientos generales para la educación intercultural bilingüe para las niñas y niños indígenas*. México, D.F.: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2008). *Guía didáctica multigrado, matemáticas*. México, D.F.: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Primaria. Sexto grado*. México D.F.: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2015). *Sistema interactivo de consulta estadística educativa*. Recuperado de <http://planeacion.sep.gob.mx/principalescifras/>
- Stephan, M., Bowers, J., & Cobb, P. (Eds.). (2003). *Supporting students' development of measuring conceptions: Analyzing students' learning in social context*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S., & Nieveen, N. (2006). *Educational design research*. Nueva York, EUA: Routledge.
- Weiss, E. (2000). La situación de la enseñanza multigrado en México. *Perfiles Educativos*, 22(90), 57-76.
- Wright, R. J., Martland, J., Stafford, A. K., & Stanger, G. (2006). *Teaching number*. Thousand Oaks, California, EUA: Paul Chapman.