

Artículo recibido el 18 de enero de 2018; Aceptado para publicación el 22 de mayo de 2018

Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: alzas en el SITP

Contributions to development of critical thinking in mathematical modeling practice: rises in the SITP

Diana Maritza Vanegas García¹
Francisco Javier Camelo Bustos²

Resumen

En marzo de 2017 en Bogotá –Colombia– la Alcaldía Mayor modificó las condiciones para el uso del Sistema Integrado de Transporte Público (SITP). Esta situación la aprovechamos para crear y desarrollar un ambiente de modelación matemática con un grupo de estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. El ambiente tuvo como objetivo reflexionar y dar elementos para entender más profundamente el modelo matemático que soportaba la modificación y sus implicaciones para la comunidad. Lo anterior, en tanto asumimos que tal situación podría caracterizarse como socialmente relevante para los individuos y colectividades de la ciudad. Retomamos conceptualizaciones tanto de la educación matemática crítica como de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. Concluimos que los jóvenes universitarios identificaron que la Alcaldía no consideró adecuadamente, en el nuevo modelo, diversos tipos de usuarios, por lo que afectó drásticamente a la población más vulnerable de la ciudad. Lo que los impulsó a fortalecer sus argumentaciones frente al SIPT, lo que contribuyó en el desarrollo del pensamiento crítico desde la clase de matemáticas, al develar que los modelos matemáticos obedecen a los intereses de quienes los formulan.

Palabras clave: Modelación Matemática, Educación Matemática, Perspectiva Socio-Crítica.

Abstract

In March 2017 in Bogotá, Colombia, the Mayor's Office modified the conditions for the use of the Integrated Public Transport System (SITP). We took advantage of this situation to create and develop a mathematical modeling environment with a group of students from the Francisco José de Caldas District University. The objective of the environment was to reflect and provide elements for a deeper understanding of the mathematical model that supported the modification and its implications for the community. This, insofar as we assume that such a situation could be characterized as socially relevant for the individuals and communities of the city. We take up conceptualizations of both critical mathematical education and the socio-critical perspective of mathematical modeling. We concluded that the young university students identified that the Mayor's Office did not adequately consider, in the new model, different types of users, which drastically

¹ Magíster en Educación, Secretaría de Educación del Distrito y Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Email: dmvanegasg@gmail.com

² Doctor en Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Email: fcamelob@udistrital.edu.co

affected the most vulnerable population of the city. This prompted them to strengthen their arguments against SIPT, encouraging the development of critical thinking from the mathematics class, revealing that mathematical models obey the interests of those who formulate them.

Keywords: Mathematical modeling, Mathematical education, Socio-Critical Perspective.

1. A MANERA DE CONTEXTUALIZACIÓN

Hace casi una década que la línea de investigación en Educación Matemática, Diversidad y Subjetividades –EDUMADYS– fue formulada al interior del grupo de investigación interinstitucional denominado *Didáctica de la Matemática*. En este grupo, un colectivo conformado por profesores y estudiantes de las universidades Distrital Francisco José de Caldas –UD– y Pedagógica Nacional –UPN– hemos concentrado esfuerzos para estudiar y profundizar entorno de la perspectiva política de la Educación Matemática (p. e. García et al., 2009; Valero, García, Camelo, Mancera y Romero, 2012; Barrios y Galvis, 2015; Camelo, Perilla y Mancera, 2016 y Camelo, 2017). En particular, algunos profesores y estudiantes del colectivo hemos desarrollado diversas exploraciones sobre la modelación matemática y sus posibilidades para incorporarla en las aulas de matemáticas en Bogotá. Nuestra intención ha girado en torno de materializar, en prácticas pedagógicas e investigativas, los presupuestos teóricos de una visión política de la Educación Matemática. Este camino nos ha llevado, entre otras posibilidades, a estudiar y desarrollar ambientes de modelación matemática a partir de lo que autores como Barbosa (2003, 2006) y Caldeira (2009) denominó como la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. Por lo que planteamos considerar la creación y desarrollo de ambientes de modelación cuyo punto crucial reside en posibilitar reflexiones sobre el papel que desempeñan las matemáticas en la sociedad (Camelo, Vanegas y Galvis, 2017).

Bajo estas consideraciones, el desarrollo de los ambientes de modelación matemática –MM³– que creamos, los soportamos principalmente en planteamientos de la educación matemática crítica —EMC—; pues consideramos que las temáticas abordadas, tal y como han planteado en Mancera, Camelo, Salazar y Valero (2012), deben ser traídas de los

³ En adelante usaremos MM para referirnos a los ambientes de modelación matemática pensados desde la perspectiva socio-crítica.

contextos socialmente relevantes de los estudiantes, elegidas colectivamente por ellos o propuestas por los profesores para que, como marco, sean usadas por los estudiantes para plantear problemáticas y preguntas específicas para abordar y reflexionar (Barbosa, 2003; Camelo et al., 2016; y Salazar, Mancera, Camelo y Perilla, 2017).

De esta manera hemos asumido, al igual que Araújo (2009), que los MM posibilitan abrir espacios donde es posible que se aporte a la constitución del pensamiento crítico de los estudiantes, por lo que damos énfasis a la integración de escenarios donde los niños, niñas y adolescentes puedan actuar críticamente frente a las problemáticas que se deciden abordar, soportados en comprensiones matemáticas que van construyendo colectivamente con sus compañeros. Con lo anterior, planteamos que en los MM deben darse, al menos, los siguientes principios (Camelo et al., 2017):

- Lo social antecede a lo matemático (Valero, 2006 y Gorgorió, Prat, & Santesteban, 2006).
- Las matemáticas no son neutrales (Skovsmose, 1994).
- Las prácticas de la Educación Matemática no pueden definirse exclusivamente en términos de procesos de pensamiento individual (Valero, 2006).
- Las prácticas en EMC requieren reconocer quienes son los participantes (Valero, 2006).
- La escuela y sus actores están llamados a usar la praxis educativa como proceso de construcción de significado social (Mancera et al., 2012).

Además, con estos referentes conceptuales hemos decantado que los MM pueden ser analizados y desarrollados en prácticas pedagógicas al asumir cinco etapas (Camelo, 2017; Salazar et al., 2017 & Mancera, Camelo y Perilla, 2016), que podrían contribuir a matizar tensiones, retos y posibilidades que profesores e investigadores experimentamos cuando asumimos a la EMC como referente conceptual para desarrollar prácticas pedagógicas e investigativas. Tales etapas son:

- a) Escogencia del problema o tema a trabajar otorgando gran importancia al macro y micro contexto, en el sentido planteado por (Valero, 2002).

- b) Desarrollo de una investigación exploratoria.
- c) Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción.
- d) Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y desarrollo del problema.
- e) Análisis crítico de los desarrollos planteados.

Bajo este panorama, hemos desarrollado en nuestras prácticas pedagógicas, proyectos de investigación, disertaciones de maestría y tesis de doctorado varios MM en donde hemos identificado posibilidades y retos de desarrollar prácticas pedagógicas e investigativas, en donde se dé cuenta de un aprendizaje que de paso a reflexiones sobre las dificultades y problemáticas que afrontan las comunidades con las que trabajamos.

A continuación, analizaremos uno de tales MM, en la idea de dar cuenta de dificultades y desafíos que enfrentamos y las formas como los hemos reflexionado, al momento de desarrollar un MM. Dicho MM lo planteamos los autores de este artículo junto con la profesora Lesly Tatiana Galvis, con quien hemos reportado análisis de este mismo MM en Camelo et al. (2017), intentando mostrar dos ambientes de modelación, uno desde el desarrollo del MM con estudiantes de grado 9° y la revisión que realizan los estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil.

2. LAS ALZAS EN EL SISTEMA INTEGRADO DE TRANSPORTE PÚBLICO

Cuando nos proponemos desarrollar un MM, uno de nuestros primeros interrogantes gira en torno a cuál sería la temática más adecuada para ganar el interés de los estudiantes. En este sentido, una de nuestras primeras tareas consiste en *reconocer ampliamente el contexto en que se desenvuelven los estudiantes* (p. e. García et al., 2009; Ángel y Camelo, 2010; Camelo y Vanegas, 2016; Camelo, 2017), para luego *ir definiendo conjuntamente el problema o tema a trabajar*. Como es de esperarse, tal reconocimiento del contexto nos exige una constante *investigación exploratoria*, en la que vamos construyendo comprensiones compartidas, a partir tanto de las experiencias vividas, como de las consultas a que dé lugar. Es justamente en este proceso en que damos posibilidades a un *levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción*, a través del que planteamos una *reinterpretación de la situación soportada en consideraciones*

matemáticas, lo que nos impulsa a trazar un *análisis crítico de los desarrollos planteados*. Analizaremos a continuación cada una de tales etapas a través de un ejemplo.

2.1 ¿Cómo escogimos el problema o tema a trabajar?

El 14 de marzo del 2017 se anunció por diferentes medios de comunicación que la Alcaldía Mayor de Bogotá modificaría el modelo para utilizar el Sistema Integrado de Transporte Público —SITP—, lo que implicaba una modificación en sus tarifas. Las razones que justificaban plantear tal modificación giraron en torno a mitigar un déficit presupuestal que, según el periódico, Editorial el tiempo (15 de marzo de 2017). Desde abril aumenta la tarifa de Transmilenio y SITP. El Tiempo. Recuperado de <http://www.eltiempo.com/bogota/subio-el-pasaje-de-transmilenio-67718>, en el 2016 alcanzó los \$661.000 millones de pesos⁴.

Como puede observarse en la tabla 1⁵, el nuevo modelo presentaba una modificación en las tarifas de \$200 pesos, que sumada a una reciente alza en febrero del 2016⁶ llegaba a \$400 en algo más de un año, por lo que la ciudadanía en general se encontraba conmocionada. La reacción de los bogotanos, tanto a través de redes sociales —Twitter y Facebook— como en el de bloqueos en las vías, no se hizo esperar, pues los ciudadanos denunciaron las dificultades en la prestación del servicio de transporte y aprovecharon para ahondar en argumentos que condujeran a la destitución del Alcalde Mayor de la Ciudad.

Con este panorama social, decidimos proponer a un grupo de estudiantes que analizáramos el nuevo modelo de uso del SITP, con la pretensión de plantear un marco general para que los estudiantes manifestaran problemáticas y preguntas específicas que desearan abordar y reflexionar. Creando un MM que diera paso a espacios de discusión con ese grupo de estudiantes, donde fuera posible promover y analizar posturas frente al nuevo modelo del SITP.

⁴ Durante el desarrollo de este MM 1 Dólar americano equivalía a \$3022 aproximadamente.

⁵ Tomada de: <http://www.eltiempo.com/bogota/subio-el-pasaje-de-transmilenio-67718>, 15 de marzo de 2017.

⁶ <http://www.portafolio.co/tendencias/cuanto-ha-subido-el-pasaje-de-transmilenio-desde-la-llegada-del-alcalde-penalosa-504567>

Tal grupo de estudiantes lo encontramos en jóvenes que cursan IX semestre de formación para profesores en Pedagogía Infantil⁷ de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, donde uno de los autores de este artículo se desempeña como profesor. Lo anterior, se dio gracias a que el día del anuncio de la modificación del modelo en las tarifas de transporte, observamos que los estudiantes llegaron retrasados a la clase, debido a los bloqueos viales que causaron las manifestaciones que encontraron en diferentes estaciones y portales de Transmilenio, por lo que aproveché para plantearles analizar la tabla 1 y así poder encontrar en este grupo de estudiantes la posibilidad de desarrollar el MM.



Tabla 1: Cambio de tarifa Transmilenio y SITP.

Fuente: Editorial el Tiempo (2017)

⁷ Licenciado en Pedagogía Infantil es un docente que puede ejercer en los niveles de primaria (grados 0° a 5°), en diferentes áreas del conocimiento. Este MM es desarrollado en el espacio académico denominado Problemas didácticos II —Didáctica de las Matemáticas—.

2.2 Desarrollo de una investigación exploratoria

En un primer análisis de la tabla 1, los estudiantes observaron que para comprender el modelo de cobro de las tarifas se requiere un nivel de interpretación complejo, pues para movilizarse en tal sistema debe saberse que el pago se realiza al ingresar y que existen dos tipos de buses. Los buses rojos, que transitan por las troncales principales, conocidos popularmente como “Transmilenios” y los buses azules, que se movilizan por las demás vías de la ciudad⁸. Debe aclararse que el pago lo realizan los usuarios a través de una tarjeta, la cual puede ser personalizada —adquiriéndola en una cabina del sistema— o sin personalizar —que se adquiere en puntos de atención autorizados por el SITP⁹—. Para realizar los transbordos entre esos buses existen cuatro posibilidades a saber: pasar de Transmilenio a Transmilenio, de Transmilenio a bus azul, de bus azul a Transmilenio y de bus azul a bus azul. Como las troncales principales por donde transitan los Transmilenio cuentan con estaciones y el cobro se realiza al ingresar a cada estación, el transbordo entre ellos no tiene costo, pues el usuario no debe salir de las estaciones para realizarlo. Si el usuario debe pasar de un Transmilenio a un bus azul, de un bus azul a un Transmilenio o de un bus azul a un bus azul, tiene que presentar nuevamente la tarjeta para ingresar a cada uno de ellos, pagando el costo del transbordo si está dentro de la ventana de tiempo para realizarlo, de lo contrario deberá pagar un nuevo pasaje.

Con esta información la discusión de los estudiantes continuó con la idea de analizar el modelo considerando dos variables: i) tiempo de recorrido desde sus hogares a la universidad y ii) dinero que tendrían que invertir con las nuevas alzas —ya que todos los jóvenes del grupo viven distanciados de la universidad y buscaban alternativas para afrontar la nueva situación—. Para ello, decidieron investigar ejemplos de recorridos que ellos mismos realizan diariamente, como se percibe en la figura 1. Allí plasmaron recorridos

⁸ Existen, además buses verdes y naranjas que realizan trayectos cortos y algunos “híbridos” que transitan por troncales y algunas vías no principales. Para el análisis realizado aquí, puede despreciarse este tipo de buses.

⁹ Además de las tarjetas que se adquieren en las tiendas es posible que se realice el pago a través de las tarjetas débito de algunos bancos, con los documentos de identidad estudiantil de algunas universidades o de empresas o con viejas tarjetas del sistema de transporte anterior.

donde se debe utilizar cuatro opciones: solo el bus rojo; alimentador y bus rojo; solo buses azules y el servicio de buses tradicionales¹⁰.

nombre	hora	valor	tarifa
bus	15-17	1500	1
Transmilenio	18-22	2000	1
SITP	23-24	1500	3
Solo	7-9	1500	3
Alimentador	5-7-5	2000	2

Conclusiones:

- 1) Algoritmo de 1000 personas que hacen transbordo
- 2) Personas que no hacen transbordo cuestan \$200000-\$300000
- 3) La mejor opción es el bus.
- 4) Se recomienda la tarifa para los usuarios: 500-1000 (\$1000)

Figura 1: Comparación de tiempo y costos en la movilización entre bus- SITP-transmilenio.

Fuente: Autores

Bajo estos ejemplos de recorridos, los jóvenes tomaron conciencia de que existen variables y casos que no son presentados en la tabla 1, lo que da paso a un análisis más profundo de la situación. Por ejemplo, si el usuario cuenta con tarjeta personalizada, se aplica lo presentado en la tabla 1, pero si no cuenta con ella, los transbordos tienen un costo de \$300 más, lo que equivaldría a un 15% adicional¹¹, por lo que es posible plantear una nueva tabla 2, que no es presentada explícitamente por los representantes de la Alcaldía y el SITP. En tal tabla podemos observar que los usuarios de tarjetas no personalizadas tienen un incremento superior, por lo que asuntos de justicia social se colocan de relieve, más adelante volveremos sobre este asunto. Este hecho los conduce a afirmar que existen, en la modificación del modelo, alzas diferenciadas según el tipo de usuario, por lo que los estudiantes proponen las tablas 3 y 4, donde se evidencia que se incrementan las tarifas

¹⁰ En algunos sectores de la ciudad aún no se han establecido rutas del SITP, por lo que los buses tradicionales, en los que se realiza el pago al ingresar al bus en dinero en efectivo siguen funcionando allí.

¹¹ Es importante mencionar que el aumento del salario mínimo de este año fue de 7%

hasta en un 17,6% para los usuarios de Transmilenio y hasta un 15% para usuarios de solo buses azules, lo cual está muy por encima de los costos que puede asumir un usuario regular.



Tabla 2: Modificaciones para explicar aumento en el transbordo.

Fuente: Editorial el tiempo (2017)

Con tarjeta personalizada

Transmilenio		Transbordo a bus azul	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$2000	\$2200	\$300	\$0
Incremento (10%)		Incremento (-5%)	
Bus azul		Transbordo	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$1700	\$2000	\$300	A Transmilenio \$200
		Incremento (10%)	
		\$300	A bus azul \$0
Incremento (17,6%)		Incremento (0%)	

Tabla 3: Análisis del aumento en porcentaje con tarjeta personalizada

Fuente: Autores

Sin tarjeta personalizada

Transmilenio		Transbordo a bus azul	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$2000	\$2200	\$300	\$300
Incremento (10%)		Incremento (8,6%)	
Bus azul		Transbordo	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$1700	\$2000	\$300	A Transmilenio \$200
		Incremento (10%)	
		\$300	A bus azul \$300
Incremento (17,6%)		Incremento (15%)	

Tabla 4: Análisis del aumento en porcentaje con tarjeta NO personalizada

Fuente: Autores

A la luz de este hallazgo, y bajo la consideración de que algunos de los estudiantes participantes de esta experiencia trabajan para costear sus gastos universitarios, los jóvenes plantearon que este aumento en las tarifas —que inicialmente se presentó como de \$200— les afectaba más fuertemente de lo que esperaban. Lo que los llevó a presentar el siguiente análisis:

Una persona que remunera un salario mínimo - \$737.717- por su trabajo en una empresa, recibe, además, un subsidio de transporte equivalente a \$83.140. Antes del alza de tarifas, el pasaje de Transmilenio era \$2000, por lo que se invierten mínimo \$4000 diarios. Multiplicando ese valor por 21 días, en promedio se invertían \$84.000 mensuales. Obteniendo una diferencia de \$860. Con el aumento gastaría mínimo \$92.400, que al restarlo al subsidio de transporte¹² equivale a una pérdida de \$9260 mensuales. Los cuales deben ser tomados de otros gastos vitales, como alimentación, por ejemplo.

Ante este hecho, y considerando que las matemáticas no son neutrales pues son un conocimiento/poder del cual este grupo de estudiantes, de manera consciente, empezó a hacer uso para entender qué hay detrás del cambio del modelo de cobro en el SITP. Los estudiantes decidieron, por un lado, analizar situaciones donde sea posible mostrar cómo se afectan directamente o indirectamente a los distintos tipos de usuarios que no son considerados en la tabla 1 y, por otro lado, reflexionar sobre las condiciones para establecer un sistema “digno” de transporte, pues manifiestan que las mujeres se sienten fuertemente intimidadas de usar el servicio.

Bajo este panorama surgieron categorías de análisis que podríamos denominar como: Justicia social, crítica a los modelos y dignidad humana, las cuales desarrollaremos a lo largo de la interpretación que hicieron los estudiantes.

Con respecto de los tipos de usuarios establecen, gracias a entrevistas que aplicaron a sus familiares y a una búsqueda en Internet —como se aprecia en la figura 2—, que existen cuatro posibilidades de cobros a los usuarios: i) sin subsidio ii) con subsidio por ser adulto

¹² Es importante reconocer que el subsidio no debe cubrir el total del costo. Lo importante aquí es que los estudiantes lo utilizan como plataforma para mostrar lo exagerado que consideran es el alza.

mayor, iii) con subsidio por puntaje SISBEN¹³ y iv) con subsidio por condición de discapacidad.

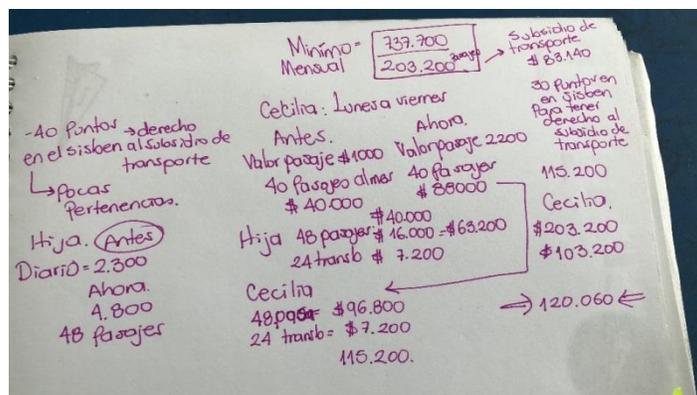


Figura 2: Análisis de los estudiantes del valor que invertirían inicialmente y el incremento que tendrán con las nuevas tarifas y modificaciones.

Fuente: Autores

En relación con las condiciones dignas para usar el servicio, los estudiantes establecen que es necesario ofrecer un espacio cómodo para movilizarse, donde puedan, especialmente las mujeres, transportarse sin sentirse sexualmente intimidadas. Luego de este análisis, que inicialmente parecía ser particular al uso del SITP, se establece que esta es una gran discusión sobre los problemas estructurales de la sociedad, sobre lo público y lo privado, sobre quienes usan estos medios de transporte y cuáles son o podrían ser otras opciones para movilizarse, lo cual ampliaremos en el siguiente apartado. A continuación, mostraremos cómo se desarrollaron tales análisis y reflexiones.

2.3 Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción

Con respecto de las posibilidades de cobro los estudiantes encontraron que los tres tipos de subsidios existentes serían modificados a partir del 1° de abril, situación que igualmente no había sido informada ampliamente por la Alcaldía. Por lo anterior, plantearon las tablas 5 y

¹³ SISBEN es el sistema de identificación de potenciales beneficiarios de programas sociales en Colombia.

6 que sintetizan los incrementos para los casos de adulto mayor y puntaje SISBEN:

Adulto mayor (persona mayor de 62 años)

Transmilenio		Transbordo a bus azul	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$1800	\$2000	\$300	\$0
Incremento (11.1%)		Incremento (-5%)	
Bus azul		Transbordo	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$1550	\$1800	\$300	A Transmilenio \$200
		Incremento (7.5%)	
		\$300	A bus azul \$0
Incremento (17%)		Incremento (-2.8%)	
Pasaje ilimitados		30 pasajes al mes	

Tabla 5: Explicación aumento en porcentaje al a tarifa del adulto Mayor.
Fuente: Autores

Incentivo SISBEN

Transmilenio		Transbordo a bus azul	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$1000	\$1650	\$300	\$0
Incremento (65%)		Incremento (21%)	
Bus azul		Transbordo	
Antes	Así cambia	Antes	Así cambia
\$750	\$1450	\$300	A Transmilenio \$200
		Incremento (42%)	
		\$300	A bus azul \$0
Incremento (94%)		Incremento (28%)	
Puntaje hasta 40 puntos		Puntaje hasta 30.5 puntos	
Pasajes ilimitados		30 pasajes al mes	

Tabla 6: Explicación aumento en porcentaje al a tarifa del adulto mayor.
Fuente: Autores

En cuanto al subsidio por *Discapacidad* identificaron que era de un valor de \$35000 que el gobierno asignaba a través de la tarjeta personalizada —previo registro en las bases de datos de la Secretaría de Salud—, el cual sería modificado a \$22000 y el cobro de pasaje de los acompañantes —quienes contaban en varios casos con el subsidio del SISBEN— pasaría de \$1000 a tarifa plena —\$2000 en bus azul y \$2200 en Transmilenio—.

Con base en la información identificada los jóvenes decidieron entrevistar a personas que accedieran a alguno de los tipos de subsidios, pues plantearon que era necesario conocer cómo, tales personas, se perciben ante la modificación del modelo de cobro de tarifas. En tales entrevistas establecieron que personas que recibían subsidio del SISBEN pasarán de destinar \$40.000 a \$88.000, lo que equivale a un alza de 120%, como puede apreciarse en la figura 3.

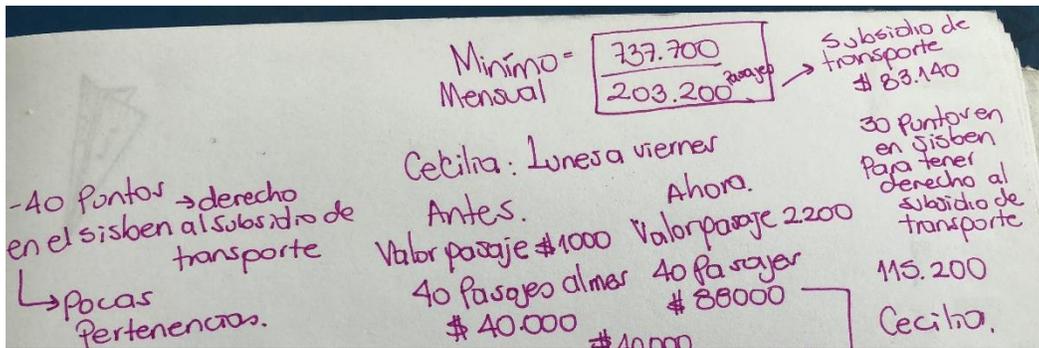


Figura 3: Aumento tarifa usuarios que pierden beneficio SISBEN en porcentaje.

Fuente: Autores

Bajo estas consideraciones, el análisis que realizaron los estudiantes los fue conduciendo — luego de realizar las entrevistas, conocer situaciones específicas, identificar que usuarios con SISBEN pasaban a no tener ningún beneficio, establecer que usuarios con discapacidad perdían auxilios, etc.— a establecer que los usuarios más vulnerables son las personas más directamente afectadas. Lo anterior porque con las nuevas condiciones en el modelo de cobro, usuarios con puntajes SISBEN entre 30 y 40 puntos deberán pasar a pagar la tarifa plena, lo que representa aumentos, en algunos casos, que llegan al 38%, pasando de destinar \$80000 en transportes a \$110400 aproximadamente, como se aprecia en la figura 4.

Observamos, entonces, que los estudiantes sostuvieron discusiones en torno a la *justicia*

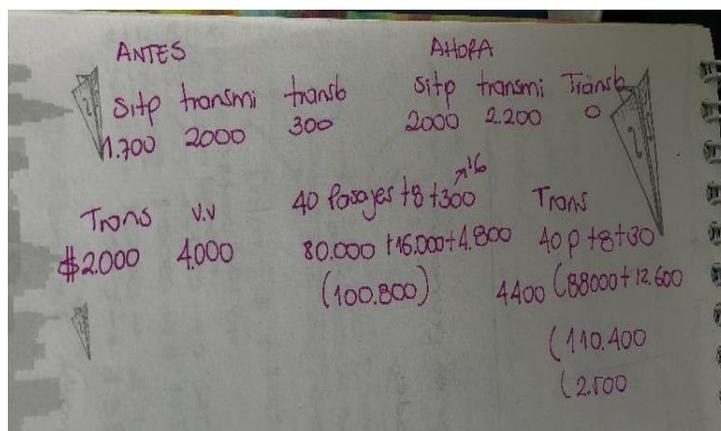


Figura 4: Aumento en pesos de tarifa usuarios que pierden beneficio SISBEN

Fuente: Autores

social, pues al analizar que “lo justo” para unos no lo es tanto para otros, gracias a sus condiciones materiales de subsistencia, se cuestionan sobre el porqué de los subsidios y su consecuente modificación. Planteándose la pregunta ¿por qué el alza no es igual para todos? y discutiendo sobre los términos lo que podrían considerar como justo o equitativo. En este contexto, preguntas tales como “¿por qué existen subsidios económicos que no pueden ser accesibles a todos los usuarios que los necesitan?” y “¿por qué las personas de los estratos medios y altos que utilizan los mismos medios de transporte no se ven tan fuertemente afectados?” abren posibilidades para la reflexión y el diálogo entre ellos. De otro lado y con respeto a las condiciones para establecer un sistema “digno” de transporte, los estudiantes sugirieron la pregunta “¿cuánto espacio necesito para no sentirme sexualmente intimidado?”. Pues ellos plantearon que podría entenderse como “espacio suficiente” aquel donde no se sintieran —especialmente las mujeres— intimidadas. Para ello analizaron el lugar en donde se encontraban —salón de clase— e hicieron uso de medidas no convencionales como; mano, pie, cuarta, que luego pasaron a medidas convencionales, basándose en las baldosas, las cuales fueron medidas por las estudiantes encontrando que cada baldosa tenía 30x30cm. A partir de esa información hallaron el área y el perímetro de espacios de 2mts x 2mts, o que fueron surgiendo según sus necesidades. Así establecieron lo que para ellos era un lugar adecuado para movilizarse, sin sentir la incomodidad de viajar “con el otro prácticamente encima”, (ver figura 5).



Figura 5: *Simulación actividad en Transmilenio.*
Fuente: Autores

Queremos resaltar que, durante los análisis, los estudiantes fueron encontrando maneras de medir el espacio necesario para “no sentirse intimidados”, por lo que surgió la idea de espacialidad relacionada a la dignidad humana, particularmente con lo íntimo. Allí se plantearon preguntas como: ¿Qué es íntimo para el ser humano por la naturaleza en que nació? y ¿hasta dónde se deja llegar a otra persona para no sentirse intimidado y que en los medios masivos de transporte no se vulnere la integridad?

A partir de la interpretación que hicieron los estudiantes, podemos encontrar que a quienes dirigen y organizan estos medios masivos de transporte les falta entrar en contacto con las formas en que están organizados estos sistemas, ya que no experimentan y no conocen las situaciones cotidianas. Expresiones como “toca aprender a sobrevivir en este medio de transporte” o “si no le gusta pues pague taxi” demuestran que los usuarios, aunque sientan incomodidad deben continuar utilizando el sistema de transporte —en el caso específico de los buses rojos, porque son los que más rápido se movilizan debido a su carril exclusivo—. Por lo tanto, se hace necesario buscar y hacer un llamado al gobierno para plantear alternativas de transporte masivo, que movilice más rápida y cómodamente a los habitantes de una ciudad como Bogotá.

2.4 Reinterpretación de la situación y desarrollo del problema

La motivación e interés de los estudiantes confirmaron algunos de nuestros presupuestos que planteamos al inicio de este documento. Lo social antecede a lo matemático ya que al reconocer quienes son los participantes, el contexto que los rodea y cómo se afectan directamente, encuentran por medio de las matemáticas respuestas a algunas de las actividades diarias. Es así como surgieron diferentes prácticas con las matemáticas, que dieron origen a análisis y respuesta en el MM.

En un primer momento, el análisis giró en torno a la multiplicación del valor del pasaje inicial por cantidad de días. Lo que poco a poco permitió reinterpretar la información de otros compañeros, quienes fueron presentando las situaciones específicas de los usuarios. Aquí surgieron ideas matemáticas como la proporcionalidad para encontrar el porcentaje y las fracciones para reconocer variables presentes en el problema. Por lo que es posible concluir que las ideas matemáticas que germinan durante el desarrollo del MM cobran

sentido, entre otras razones, en el mismo análisis e interpretación que realizan los estudiantes; ya que, si tales ideas matemáticas no son analizadas en el contexto, pierden sentido y se transforman en simples temáticas para la intervención pedagógica, en el sentido que han señalado Araújo y Barbosa (2005).

Durante los análisis e interpretaciones de los estudiantes surgieron inquietudes en relación con las reglas o normas de comportamiento que los usuarios deben asumir en los medios de transporte masivo, pues podrían ayudar a mejorar el trato al interior de un sistema que se encuentra con una amplia demanda en el uso. Entre las reinterpretaciones que encontraron, los estudiantes establecieron que existe un Manual del Usuario¹⁴ que está dividido en derechos, deberes y multas. En estas últimas los usuarios tendrían un descuento por asistir a cursos pedagógicos. Luego de la revisión consideran que:

- a) Es importante dar a conocer el Manual del usuario, para que conozcan las reglas que existen en el medio de transporte.
- b) Reflexionar sobre el uso del usuario, para desarrollar campañas sobre la cultura en el medio de transporte.
- c) Aunque existen multas estas no son cumplidas, los usuarios irrespetan las reglas y el sistema no se rige por el código de policía.

Plantean, además, que es necesario desarrollar actividades constantes que incentiven el desarrollo de una cultura ciudadana para mejorar el trato entre usuarios, ya que consideran que cada vez, las personas que usan el sistema son más agresivos, menos tolerantes a las situaciones diarias, debido a que dan opciones – las que explicaremos más adelante – al gobierno y los empresarios dueños del sistema, sobre buscar un sistema que pueda responder a la alta demanda que representa.

¹⁴http://www.transmilenio.gov.co/Publicaciones/nuestro_sistema/como_utilizar_el_sistema/manual_del_usuario/manual_del_usuario

2.5 Análisis crítico de los desarrollos planteados

Luego de analizar la situación presentada con respecto del cambio en el modelo de cobro en las tarifas y de buscar alternativas de ahorro, las interpretaciones que desarrollaron los estudiantes se focalizaron en otros aspectos. Analizaron, por ejemplo, en noticias que se publicaron en periódicos nacionales e internaciones, sobre los medios de transporte en diferentes ciudades, encontrando que en Barranquilla (Transmetro), Cartagena (Transcaribe), Bucaramanga (Metrolínea), Cúcuta (Metrobus) y Cali (Mio), los sistemas integrados de transporte similares a Transmilenio (Bogotá), tuvieron excelente acogida por parte de los usuarios al inicio, pero poco a poco fueron surgiendo dificultades en torno a la seguridad, problemas de infraestructura¹⁵ y extensos tiempos de espera, lo que va ocasionando un colapso en tales sistemas.

Por dichas situaciones y reflexiones sobre los medios de transporte masivo, especialmente en Bogotá donde puede considerarse que el sistema fracasó, los estudiantes, y parte de la población entrevistada, plantean que es necesaria la implementación de sistemas alternativos de transporte —como el metro, el tranvía y los trenes de cercanías—para mejorar el nivel de vida de los habitantes. Esto debido a que los tiempos necesarios para movilizarse deben reducirse y debe ampliarse la capacidad para trasportar gran cantidad de ciudadanos. De otro lado, debe pensarse en la reducción de la contaminación para una ciudad ecológicamente sostenible.

Según este grupo de estudiantes, a diferencia de lo que considera el Alcalde Mayor de la Ciudad, para quien “TransMilenio hace lo mismo que un Metro, pero más barato”, Louis de Grange, Ph.D. en Transporte y académico de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales en Chile plantea que: “es falso que TransMilenio haga lo mismo que un Metro”¹⁶. Grange coloca en tela de juicio las afirmaciones del Alcalde, a quien consultaron varios medios de comunicación para conocer sus aportes y consideraciones con respecto a

¹⁵ <http://www.elpais.com.co/calí/estos-son-los-problemas-que-padecen-los-sistemas-de-transporte-masivo-del-pais.html>

¹⁶ <http://www.rcnradio.com/audios/falso-transmilenio-haga-lo-metro-louis-grange/>

la inconformidad que existe de manera generalizada con el medio masivo de transporte en Bogotá.

A nivel nacional, ciudades como Medellín han encontrado otro medio de transporte que soluciona, no solo el problema de movilidad sino también aspectos como comodidad y tiempo de recorrido. Los estudiantes además mencionaron que aspectos como el reciclar, se ha convertido en una opción para poder movilizarse por el sistema de transporte en la ciudad de Medellín, ya que es posible intercambiar botellas de plástico, vidrio o latas por saldo en la tarjeta para el pago de pasajes.

Se estableció que en países como Chile han optado por reemplazar el sistema, que en un inicio tenía las mejores condiciones —TranSantiago¹⁷— para mover alrededor de 6 millones personas¹⁸, por un sistema Metro que permite mejorar la calidad de vida al aumentar la capacidad y confiabilidad. Pues a diferencia de TransMilenio, con un Metro un usuario puede plantear y garantizar el tiempo de llegada a un destino en un 99,9%, de exactitud. En una entrevista radial a Louis de Grange en La W Radio, el 6 de mayo de 201, («Entrevistas W.», 2017) afirmó que:

TranSantiago desde 2010 ha perdido el 30% de pasajeros, los costos se han duplicado, la evasión del pasaje llega a casi 35%, la frecuencia y confiabilidad del servicio no ha parado de deteriorarse. Y durante el semestre pasado —segundo 2016— es el sistema de transporte que más ha perdido pasajeros. Todas esas mediciones siguen empeorando.

El ingeniero chileno también considera, en esa misma entrevista, que ampliar la frecuencia y las fases del sistema para tener un mejor resultado, no funcionaría, debido a que los cruces entre los corredores del sistema público le disminuyen capacidad a los demás, esto ocasiona, en gran medida, colapsos entre el SITP y los funcionarios de vehículos particulares.

¹⁷ sistema de transporte público urbano que opera en la capital de Chile, en Santiago de Chile.

¹⁸ http://web.uchile.cl/vignette/prueba/revistaurbanismo.uchile.cl/CDA/urb_simple/0,1310,SCID=21160%26SID=734%26IDG=2%26ACT=1%26PRT=21158,00.html

Haciendo un panorama a nivel Latinoamericano, basado en noticias identificadas en periódicos nacionales e internacionales, los estudiantes encontraron que países como Brasil, Venezuela, Perú y Argentina han optado por medios de transporte como el Metro, considerando que el tiempo de movilidad está alrededor 75 km/h a diferencia del TransMilenio en la ciudad de Bogotá, donde la velocidad promedio está en 26 km/h.

Ahora bien, luego de los análisis desarrollados a nivel Bogotá, Colombia y Latinoamérica, el grupo planteó la siguiente pregunta: ¿por qué no optar por un medio masivo de transporte, como el Metro en vez de seguir invirtiendo en un transporte público que deteriora la imagen de la ciudad y no ayuda en muchos aspectos a la ciudadanía, ni a la movilidad en general?

Finalmente encontraron que no es clara la normatividad de Transmilenio, pues como lo expresa Eduardo Hernández en la Ola política¹⁹, TransMilenio estuvo fuera de una organización en materia de política pública. Por lo tanto, concluyeron que las políticas públicas deben responder a las necesidades de la población y que se debe pensar en los directos afectados para generar respuestas viables y eficaces, no para satisfacer a una pequeña población económicamente privilegiada.

3. REFLEXIONES FINALES

Como se enunció al inicio de este trabajo, hace aproximadamente diez años que estamos aunando esfuerzos para profundizar en torno de la perspectiva política de la Educación Matemática y, en particular, hemos encontrado en la MM la posibilidad de integrar aspectos de esta perspectiva en las aulas bogotanas. La intención es que a lo largo del artículo el lector haya evidenciado que el desarrollo este MM tiene su punto crucial en posibilitar reflexiones sobre el papel que desempeñan las matemáticas en la sociedad, en tanto los estudiantes plantearon estrategias de ahorro al utilizar el SITP e informaron a las personas cercanas a ellos sobre algunas de las motivaciones e implicaciones del cambio de modelo de cobro.

¹⁹ <http://olapolitica.com/analisis/politicas-publicas-para-el-transporte-publico/>

Entre los resultados obtenidos en el desarrollo de este MM encontramos que las ideas matemáticas se incorporan —p. e. suma, resta, multiplicación, fracciones, área, perímetro, porcentaje, promedio entre otros— gracias a su utilidad para comprender los fenómenos a estudiar, por lo que no son impartidas por el docente. Lo anterior, posibilita que tales ideas matemáticas se transformen en dispositivos que posibilitan alcanzar, paulatinamente, comprensiones de los retos que se van planteando los estudiantes para la comprensión de aspectos que consideran deben ser estudiados en el modelo de cobro de tarifas. En este sentido, se reflexionó sobre la complejidad del tratamiento de estas ideas matemáticas en espacios escolares, lo que da pie a reflexiones pedagógicas que permiten sostener la importancia de estas prácticas matemáticas en la escuela.

De otro lado, resaltamos que la indagación que desarrollaron los estudiantes fue exploratoria, ya que los estudiantes a través de encuestas, entrevistas y diálogos constantes entre ellos encontraron y construyeron información relevante para el levantamiento de los datos. Luego de estos análisis los estudiantes tuvieron en cuenta consideraciones matemáticas para orientar el estudio del problema, sin necesidad que la docente hiciera intervención directa —orientara las temáticas—. En ocasiones los estudiantes buscaron alternativas para entender las ideas matemáticas que eran necesarias en las prácticas que estaban desarrollando. Por ejemplo: luego de hacer el análisis por medio de las fracciones, utilizaron también regla de tres para la misma situación problema.

Después del análisis que surgió por la necesidad de entender el sistema de cobro del SITP, los estudiantes buscaron alternativas de ahorro e informaron a la comunidad —familiares y amigos— sobre cómo debían movilizarse para optimizar el uso del transporte y minimizar sus costos. Curiosamente, debemos mencionar que la principal opción estuvo en el desplazamiento en bicicleta, y si este no era viable, se consideró la opción entre buses azules, los cual les permitiría mantener la tarifa de \$2000 por cada desplazamiento dentro de las ventanas de tiempo para realizar los transbordos.

Consideramos relevante mencionar aquí la existencia de trabajos basados en análisis desarrollados por estudiantes colombianos a medios masivos de transporte (Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa, 2014) donde se plantea que los ambientes de

modelación permiten un acercamiento al contexto de los estudiantes. De igual manera compartimos con los autores que: “Este tipo de contextos cercanos a la realidad del estudiante, y que denominamos “auténticos”, sugieren prácticas en las que se involucran elementos matemáticos, que deberían ser promovidos para la construcción de saberes y significados en las aulas de clase” (p. 53), lo que se constituye en soporte para formular soluciones al encontrarse de manera tan cercana y familiar para los estudiantes.

Debemos finalizar planteando que los principios inicialmente enunciados se desarrollaron a lo largo del desarrollo del MM, confirmando, como lo plantean Valero (2006) y Gorgorió et al. (2006), que lo social antecede a lo matemático, ya que, al ser una situación socialmente relevante, las matemáticas van surgiendo en el desenvolvimiento del MM. De otro lado, reafirmamos que las matemáticas no son neutrales ya que abren espacios que admiten el empoderamiento de los actores del MM, permitiendo tomar decisiones para intervenir en la sociedad. Los procesos de aprendizaje se dan en relación con un otro, quien puede, en cierta medida, interpelar las decisiones, lo que posibilitó una construcción social del conocimiento que reconoce quienes son los participantes.

AGRADECIMIENTOS

Expresamos agradecimientos a los jóvenes del espacio académico *Problemas Didácticos II* “Didáctica de las Matemáticas” —2017-1— del Proyecto Curricular de Licenciatura en Pedagogía Infantil de la UD (Bogotá, Colombia) por posibilitarnos crear, desarrollar y reflexionar este MM junto con ellos. Igualmente agradecemos a Claudia Salazar Amaya y Gabriel Mancera Ortiz por las sugerencias que realizaron a una versión previa a este documento.

REFERENCIAS

- Ángel, Z., & Camelo, F. (2010). Conocer el contexto de los estudiantes, una alternativa indispensable para la formulación de proyectos bajo un enfoque crítico. Presentado en 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Bogotá. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/1002/>
- Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.

- Araújo, J., & Barbosa, J. (2005). Face a face com a modelagem matemática: como os alunos interpretam essa atividade? *Boletim de Educação Matemática*, 18(23), 1-17.
- Barbosa, J. (2003). Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. En *II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (Vol. 2, pp. 1-13). Santos. Recuperado a partir de <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-44-48.pdf>
- Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293-301.
- Barrios, O., & Galvis, T. (2015). *¿Querer es Poder? La Modelación Matemática en el Sueño de Seguir Estudiando* (Maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.
- Caldeira, A. (2009). Modelagem matemática: um outro olhar. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 33-54.
- Camelo, F. (2017). *Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política* (Doctorado). Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Camelo, F., Perilla, W., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.
- Camelo, F., & Vanegas, D. (2016). Ambientes de aprendizaje democráticos en la clase de estadística: un caso con estudiantes de 1° y 3° grado. *Infancia recuperada*, 3(1), 46-53.
- Camelo-Bustos, F. J., Vanegas, D., & Galvis, T. (2017). Alzas en las tarifas del transporte público en Bogotá: un pretexto para explorar ambientes de modelación matemática. Presentado en Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história, atualidades e projeções., Maringá, Brasil.
- Editorial el Tiempo. Desde abril aumenta la tarifa de TransMilenio y SITP. (2017, marzo 15). *El Tiempo*. Recuperado a partir de <http://www.eltiempo.com/bogota/subio-el-pasaje-de-transmilenio-67718>
- Entrevistas W. (2017, mayo 6). [Audio]. *TransSantiago fracasó y debe ser sustituido: Louis de Grange*. Bogotá: W Radio.
- García, G., Valero, P., Camelo, F., Mancera, G., Romero, J., Peñaloza, G., & Samaca, S. (2009). *Escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Bogotá, Col.: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.
- Gorgorió, N., Prat, M., & Santesteban, M. (2006). El aula de matemáticas multicultural: distancia cultural, normas y negociación. En J. Goñi, *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 7-24). España: Graó Biblioteca de Uno.

Vanegas García, D. M., & Camelo Bustos, F. J. (2018). Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: alzas en el SITP. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 211-233.

Mancera, G., Camelo, F., & Perilla, W. (2016). Modelación matemática desde la perspectiva socio crítica con estudiantes de secundaria: posibilidades y retos. En *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades*. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado a partir de <http://sbem.bruc.com.br/xiiem/relatos-1.html>

Mancera, G., Camelo, F., Salazar, C., & Valero, P. (2012). Disposiciones, intenciones y acciones: una vía para negociar y construir campos semánticos para las clases de matemáticas. (pp. 704-718). Presentado en III Congreso Internacional y VIII Nacional de Investigación en Educación , Pedagogía y Formación Docente, Bogotá, Col.

Muñoz, L., Londoño, S., Jaramillo, C., & Villa-Ochoa, JA. (2014). Contextos Auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 42, 48-67.

Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F., & Perilla, W. (2017). Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica. En *Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-4 "Cultura, sociedad y escuela en la educación matemática del Distrito capital"*. Bogotá: Gaia.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht ; Boston: Kluwer Academic Publishers.

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49–59.

Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Memorias de Foro Educativo Nacional*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado a partir de <http://186.113.12.12/discoext/collections/0078/0011/01740011.pdf>

Valero, P., García, G., Camelo, F., Mancera, G., & Romero, J. (2012). Mathematics education and the dignity of being. *Pythagoras*, 33(2). <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v33i2.171>