

Artículo recibido el 20 de enero de 2018; Aceptado para publicación el 21 de junio de 2018

Una propuesta para la enseñanza de los números decimales en un contexto agrícola

A proposal for the teaching of decimal number, in an agricultural context

Zuly Priscila Toledo Chicaiza¹
Gilbert Andres Cruz Rojas²

Resumen

La propuesta se configuró a partir de un estudio de caso, en el que se hizo un diseño de tareas integrando TIC, siguiendo los seis principios de la Educación Matemática Realista que proyectan la matematización progresiva, en donde, los estudiantes construyen modelos matemáticos, partiendo de la exploración de situaciones cercanas a su contexto. En particular, se retomó las prácticas de siembra de hortalizas, basados en datos técnicos necesarios en los que se potencia la notación decimal. Se determinó que las aproximaciones a la construcción de los racionales parten del contexto de medida, desarrollando las matemáticas de forma intuitiva, a través de estrategias empíricas y de niveles preformales. Esta experiencia reconoce que los números racionales en su representación decimal periódica finita generan en los estudiantes un nivel de complejidad mayor en la comprensión, puesto que no se trata únicamente de leer y operar con estas representaciones numéricas; sino que, a partir de ellas, los estudiantes pueden trabajar las equivalencias entre fracciones decimales, relaciones porcentuales y de manera progresiva abstraer propiedades de los números decimales diferentes a las de los números naturales.

Palabras claves: Números Decimales; Educación Matemática Realista; Matematización Progresiva; Diseño de Tareas.

Abstract

The proposal is based on a case study, in which a task design was made integrating ICT, according to the conceptual six principles of Realistic Mathematical Education, where students construct mathematical models, based on the exploration of situations close to their context. In particular, the sowing vegetables practices, based on necessary technical data in which decimal notation is enhanced. It was determined that the approximations to the construction of the rational numbers start from the measure context, developing the mathematics in an intuitive way, through empirical strategies and pre-formal levels. This experience recognizes that rational numbers in their finite decimal periodic representation generates in students a greater level of complexity in understanding, since it is not only about reading and operating with these numerical representations; but, through them, students can work with the equivalences between decimal fractions, percentage relations and in a progressive way, they can abstract properties from the decimal numbers different from those of the natural numbers can work.

Key words: Rational numbers; Realistic Mathematical Education; Progressive Mathematization; Chores Design.

¹ Magíster en Educación de la Universidad del Valle, Colombia. Profesora la Institución Educativa Heraclio Uribe Uribe, Sevilla, Valle del Cauca, Colombia. Email: zuly.toledo@correounivalle.edu.co

² Magíster en Educación de la Universidad del Valle, Colombia. Profesor hora catedra del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle. Email: gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Este documento se deriva de un estudio más amplio desarrollado como trabajo de grado de la Maestría en Educación con énfasis en Educación Matemática en la modalidad de profundización, de la Universidad del Valle, Cali – Colombia. En el estudio se indagó por algunas perspectivas didácticas que emergen en el aprendizaje de los números racionales en su representación decimal periódica finita con estudiantes de grado cuarto y quinto en escuelas multigrado. Los números decimales pueden entenderse “como los números racionales para los cuales existe al menos una expresión decimal finita, o de manera equivalente, los racionales expresables mediante una fracción decimal” (Konic, Godino y Rivas (2010, p.58).

Es importante tener presente, como lo plantea Biembengut y Hein (2004), que las conexiones de los conocimientos matemáticos con los contextos, le permite al estudiante pensar y construir las matemáticas que tienen uso en otras disciplinas; de esta manera, se abre camino a una actitud crítica y flexible en quienes participan del proceso educativo. Teniendo en cuenta los planteamientos de Blum, Galbraith, Henn y Niss (2007), se entenderá las aplicaciones como una forma de ir de las matemáticas hacia el mundo extra-matemático y recíprocamente la modelación la entendemos como una forma de ir del mundo real, a las matemáticas. En otras palabras, como lo plantea Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona (2017), “la modelación se considera como un ambiente de aprendizaje asociado con el estudio, la problematización y la investigación de problemas no matemáticos por medio de las matemáticas” (p.223)

Lo anterior, constituye una perspectiva de estudio que permite analizar actividades en las que se involucran aspectos que hacen parte del contexto social y cultural de los estudiantes que posibilitan la construcción de conocimientos matemáticos, los cuales, según Arrieta (2011), “son vistos como construcciones sociales surgidas de prácticas ejercidas por grupos sociales en contextos sociales específicos y reproducidos por comunidades” (p.3).

En este sentido, se busca humanizar las matemáticas, creando ambientes que permitan el intercambio de conocimientos, cuestionamientos, intereses e hipótesis de situaciones que acontecen en el diario vivir tanto de los estudiantes como del profesor, con el propósito de fortalecer las competencias matemáticas desde lo social, en la que el conocimiento es

empleado para desenvolverse en el mundo. Al respecto, Niss, Bruder, Planas, Turner y Villa-Ochoa (2017) plantean que “la noción de competencia matemática y competencias matemáticas significa tener conocimiento sobre, entender, ejercitar, aplicar, relacionar y juzgar las matemáticas y la actividad matemática en una multitud de contextos que realmente involucran, o pueden involucrar, las matemáticas” (p. 239, original en inglés).

De manera complementaria, además de los aspectos cognitivos, en la educación matemática también se deben considerar prácticas sociopolíticas. Para ello, se requiere valorar con la misma importancia el posicionamiento de los componentes sociales, políticos, matemáticos, educativos y cognitivos (Valero, 2006).

Todas estas consideraciones involucran desafíos para buscar su convergencia en prácticas escolares frente a la enseñanza de un contenido matemático; así por ejemplo, en la enseñanza de los decimales, se reconocen los aportes de Martínez (2017) quien reconoce una conexión entre el aprendizaje de los decimales y las prácticas de la cotidianidad de los estudiantes. El presente estudio se enfocó en el uso y aprendizaje de estos “números” en actividades de siembra; en particular se involucraron aspectos que hacen parte del contexto social y cultural de los estudiantes pertenecientes a una Institución Educativa del Municipio de Sevilla del Departamento del Valle del Cauca.

La realización de este estudio surgió como una manera de atender, a través de la investigación, a las necesidades de la comprensión y el uso de los números decimales que se presentaba en algunas instituciones educativas. Estas necesidades, como lo plantea Konic et al. (2010), son un reflejo de prácticas de enseñanza de los contenidos desarticuladas de la riqueza en significados que surgen a través de los contextos en los que se involucra la medición. En este sentido, Ávila (2008) puntualiza que, “en las últimas décadas, los decimales han sido reconocidos como un campo complejo cuyas propiedades no resultan fáciles de comprender y manejar y que, por lo tanto, el proceso de su adquisición escolar debe ser estudiado y planeado cuidadosamente” (p.11).

Con base en lo anterior, el diseño y desarrollo de propuestas de enseñanza que se enfoquen en una articulación de elementos del aprendizaje de las matemáticas con los contextos e intereses propios de los estudiantes sigue siendo un tema relevante para la investigación (Villa-Ochoa y Berrío, 2015 y Rendón-Mesa, Duarte y Villa-Ochoa, 2016). Es por esto que

este estudio se propuso dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo se da el proceso de matemátización de los números decimales en un contexto agrícola?

Con el fin de reconocer los conocimientos del contexto y las prácticas en las que los decimales tienen sentido, se indagó con profesores agropecuarios, ingenieros agrónomos y campesinos del sector, sobre la pertinencia que tiene la aplicabilidad de los números decimales en un contexto agrícola. Los resultados de esta indagación fueron un punto de referencia para justificar la potencialidad del trabajo. Posteriormente, se caracterizó la propuesta, de acuerdo a las relaciones teóricas y metodológicas que emergen en una experiencia de diseño e implementación de una secuencia de tareas sobre los números decimales en su representación decimal periódica finita en un contexto agrícola; para ello, el estudio se fundamentó en el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), con estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria en escuelas multigrado. Esta caracterización se realizó teniendo como referente los planteamientos de Bressan (2006), en donde, se presenta el proceso de “matematización progresiva”, bajo dos formas: matemátización horizontal y matemátización vertical. Con base en lo anterior, se determinaron elementos conceptuales, que orientaron el diseño de la secuencia de tareas para promover la comprensión de los números decimales en un contexto agrícola.

2. MARCO DE REFERENCIA

Las concepciones de los racionales en su expresión decimal periódica finita devienen de un proceso histórico que se remite a la publicación de “La Disme” de Steven (1585) en el que propuso demostrar que empleándolos, los cálculos y las operaciones son más prácticas. Esta practicidad conlleva a superar dificultades que se generan en la operatividad entre las fracciones. Ordoñez y Quintero (2000) citan la obra de Stevin como un trabajo en el que los decimales tienen aplicaciones de carácter utilitario, a través de las medidas, cuando se intenta medir una magnitud continua y no existe un número para representar esa medida y surge la necesidad de utilizar números diferentes a los naturales.

Se aprecia en varios estudios que, a nivel global, en los contextos de la cotidianidad de los estudiantes pueden surgir situaciones reales que son susceptibles de ser estudiadas a través de la matemática (Borja, 2017; Rendón-Mesa et al., 2016; Camelo Bustos, Perilla Triana y Mancera Otriz, 2016; Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa, 2014). En este sentido, la

necesidad de “hacer matemáticas” a partir de situaciones de la cotidianidad se ha convertido en un principio educativo relevante. Uno de los constructos teóricos que, al interior de la Educación Matemática, se ha ocupado de estas construcciones es la Educación Matemática Realista (Freudhental, 1973; Gravemeijer, 1999; Bressan, 2006). Con base en esta perspectiva teórica se estructuró la propuesta para la enseñanza de los números decimales en un contexto agrícola. Los acontecimientos y fenómenos agrícolas se consolidan como un “contexto auténtico” para el desarrollo de un proceso de modelación; al respecto Muñoz et al. (2014) señalan que la modelación matemática es considerada un campo de investigación, en el que, emergen relaciones entre conceptos sobre los contextos, situaciones propias de la cultura y de las demás ciencias con la matemática. Este tipo de contextos auténticos debe propiciar procesos de matematización a partir de los cuales los estudiantes pueden construir aprendizaje. Estos procesos de matematización se entenderán en el marco de la Educación Matemática Realista (Gravemeijer, 1999).

En relación, se retoma la metodología de la Educación Matemática Realista, fundamentada en las situaciones de contexto que permitan al estudiante lograr construir el aprendizaje mediante la exploración, la interacción con los factores que inciden en la práctica educativa y la reflexión que se genera consolidando la competencia matemática de comunicación al compartir las estrategias que fueron empleadas para desarrollar las tareas propuestas, allegándose a la construcción de modelos y proyectando la matematización progresiva, fundamentada en los seis principios de la EMR. Esto se describe a continuación:

Principio de actividad

La EMR propone que la matemática es una actividad humana que organiza los fenómenos del mundo que nos rodea, así como la matemática misma. En relación con ello, Freudhental (1973) manifiesta que el aprendizaje de la matemática se potencia al estar en directa actividad con ella y por ende, todas las personas pueden acceder a ella. Este proceso de actividad genera la reinención matemática, aluden a las negociaciones y discusiones que se presentan al partir de métodos informales que son fundamentales para la creación de conceptos formales.

Principio de realidad

En este principio se parte de situaciones que se relacionen con lo concreto y cotidiano, pero se hace ineludible que se trascienda a situaciones que tengan sentido dentro de la matemática misma, así poder adquirir un carácter más general de los modelos matemáticos. En la Educación Matemática Realista el término “situaciones concretas” hace referencia a lo que es realizable o imaginable en la mente de los estudiantes, de acuerdo a su capacidad de visualización.

Principio de niveles

La relación entre las matemáticas informales que se relacionan con las actividades de contexto y las matemáticas formales en los niveles de comprensión (situacional, referencial, general y formal), generan el proceso de reinención, denominado como “matematización progresiva”, el cual se estudia bajo dos formas (matematización horizontal y matemización vertical), como lo plantea Treffers (1987).

La matemización horizontal, según Gravemeijer (1999), se entiende como el proceso matemático en el que los estudiantes con la orientación del docente acceden a la modelación de la situación problema mediante métodos informales, que surgen de la observación, la intuición, una aproximación empírica; trasladando el problema de su contexto a algún tipo de matemáticas.

La matemización vertical es la elevación del pensamiento abstracto, se genera dentro de la misma matemática, y requiere de estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba, simbolización y rigORIZACIÓN; reorganizando ideas producidas en el nivel anterior.

Principio de reinención guiada

El rol que desempeña el docente está bien definido como sujeto que media el proceso de reinención de modelos, conceptos, estrategias, operaciones; Freudenthal (1991) se refiere a un balance entre la libertad de inventar y la fuerza de guiar. Para realizar una orientación pertinente, el docente debe poner en juego la capacidad de anticipación, observación tanto de los estudiantes como de sí mismo y los posibles alcances en los aprendizajes de los estudiantes.

Principio de interacción

La EMR concibe el aprendizaje de la matemática como una actividad social, que a través de la reflexión se propicia que los estudiantes lleguen a niveles de comprensión más elevados; trabajando de manera cooperativa en grupos heterogéneos en los que surgen diversas soluciones a la situación planteada de acuerdo a los diferentes niveles de comprensión.

Principio de interconexión (estructuración)

Mediante la solución de situaciones problemas realistas se propicia la interrelación entre ejes curriculares, otorgando coherencia a la enseñanza, lo que conlleva a matemátizar las situaciones desde diferentes lenguajes y modelos, poniendo en juego la comprensión y uso de herramientas matemáticas. En relación Freudental (1982) señala que lo que realmente importa es saber cómo encaja el tema en todo el cuerpo de la enseñanza matemática, si se puede o no integrar con todo, o es tan estafalario o aislado que, finalmente, no dejaría ninguna huella en la educación.

A través de estos principios, se orientó el diseño de tareas y la construcción del instrumento para el análisis de la información recolectada.

3. METODOLOGÍA

Con la intención de presentar las consideraciones metodológicas que orientaron el estudio, se presenta a continuación elementos relacionados con el contexto investigativo, el desarrollo metodológico y la propuesta de diseño.

3.1. Contexto investigativo.

En primer lugar, es necesario mencionar que el trabajo se desarrolló con el propósito de retomar como elemento fundamental el contexto agrícola, teniendo en cuenta, los seis principios de la EMR anteriormente presentados. El trabajo de campo se desarrolló con siete estudiantes que cursan grado cuarto y quinto de básica primaria. Es importante resaltar que la I.E cuenta con una orientación metodológica denominada “Escuela Nueva”, que se caracteriza por tener bases conceptuales que ofrece una formación humana y atiende necesidades para los niños de zonas rurales en Colombia (MEN, 2010).

El estudiar los contextos en donde emergen las necesidades de los estudiantes, es una oportunidad de desarrollar situaciones complejas que permitan la construcción de

conocimiento matemático. Las tres tareas diseñadas para orientar el trabajo matemático de los estudiantes, relaciona magnitudes de longitud, masa y volumen en un proceso técnico para lograr una producción eficiente en la siembra de hortalizas.

3.2. Enfoque y desarrollo metodológico.

Teniendo en cuenta el contexto de la Institución Educativa y los intereses a nivel investigativo que se determinaron, se retomó la metodología de investigación cualitativa. Esta metodología tiene una naturaleza es dialéctica y sistémica; busca identificar y analizar de manera detallada diversas dimensiones del objeto de estudio; en este sentido, Martínez (2006) manifiesta que a través de la investigación cualitativa se identifica a fondo la naturaleza de las realidades, su estructura dinámica, posibilitando reconocer su comportamiento y manifestaciones; permitiendo así, dar cuenta del desarrollo de una matematización progresiva en una propuesta para la enseñanza de los decimales a partir de un enfoque de la Educación Matemática Realista en un contexto agrícola.

De esta manera, en la búsqueda de definir el camino para alcanzar conocimientos confiables y validables; la metodología cualitativo-sistémica dispone varios métodos, en el que cada uno tiene diversas características de acuerdo a la investigación de una determinada realidad. En el presente trabajo se retomó el estudio de caso como método para estructurar la propuesta de trabajo y sistematizar la experiencia de enseñanza y aprendizaje del objeto de estudio. En relación con ello, Ruiz (2012) plantea que esta metodología conlleva a valiosas potencialidades formativas para quien realiza el estudio.

Asimismo, el muestreo teórico es el punto de partida en que se genera la fase de comparación entre la fundamentación teórica y el planteamiento de objetivos, articulado con el contexto en el que se implementa el trabajo y en donde se recolectan los datos. De esta manera, se buscó dar respuestas a los interrogantes que se generan en la rejilla de análisis retomando los seis principios de la EMR que están encaminados hacia los procesos de matematización horizontal y matematización vertical. Para esto, se realizó un diseño de tareas como elemento que aporta al análisis de las relaciones (estudiantes, docente, objeto matemático, contexto agrícola y la articulación de las TIC desde el registro de datos con la herramienta Excel) que surgen en el aprendizaje de los números decimales a partir del contexto de medida; lo cual se caracteriza y codifica retomando constructos teóricos. Por

esta razón, se desarrolló la triangulación como un procedimiento que proporciona validez a los resultados y reduce el sesgo del investigador, tal como lo propone Hernández, Fernández y Baptista (2010).

El proceso de triangulación se desarrolló a partir de las respuestas dadas por los sujetos a las preguntas, lo que da lugar a conclusiones de primer nivel. Posteriormente, se cruzan las conclusiones del punto anterior, agrupándolas por su pertinencia a una determinada categoría y con ello se genera conclusiones de segundo nivel, lo que corresponde a conclusiones categoriales. Finalmente, se derivan conclusiones de tercer nivel, realizadas a partir del cruce de conclusiones categoriales y que estarían expresando los resultados a la pregunta que orienta la investigación.

En cuanto al trabajo de campo, se plantearon cuatro fases para su desarrollo, que remiten a los objetivos que se estructuraron y direccionaron la pregunta mencionada. A continuación, se presenta el proceso realizado en el desarrollo metodológico.

Fase 1: Indagación de documentos y trabajos desarrollados, en relación con el trabajo de los números decimales en la escuela. El propósito de esta fase fue consolidar la fundamentación teórica del trabajo de grado.

Fase 2: Estructuración del diseño de tareas, en el que, además de primar los componentes didácticos del objeto matemático y la integración de las TIC a través de la herramienta Excel, se tuvo en cuenta algunos elementos para la tecnificación de siembra de hortalizas y manejo de insumos agrícolas. El diseño fue discutido y evaluado en el marco de un trabajo académico realizado de manera conjunta entre estudiantes y docentes de la maestría en educación.

Fase 3: Implementación del diseño de tareas, en donde, se recurrió a trabajar en varios entornos de la sede escolar seleccionada, la cual cuenta con sala de herramientas TIC y un espacio de terreno para la huerta escolar.

Fase 4: Análisis de los resultados. Estructurado en cinco aspectos: 1) Análisis de los registros obtenidos a partir del estudio de casos; 2) Análisis de acuerdo a la rejilla fundamentada en los seis principios de la EMR 3) Alcances de los objetivos, 4) Alcances y limitaciones del estudio y 5) Proyecciones.

3.3. Sobre el diseño y el análisis de las tareas

El diseño de tareas se propuso a partir de la pregunta ¿cómo realizar una producción de hortalizas utilizando los conocimientos matemáticos relacionados con los números decimales? En la configuración del diseño se elaboró una guía para el estudiante, en donde, se presenta las consignas del trabajo a realizar, así mismo, se diseñó una guía para el docente con el fin de explicitar algunas preguntas complementarias y consideraciones de acuerdo al marco de referencia. La secuenciación en el diseño se elaboró, a partir del estudio de una serie de preguntas (ver tabla 1) que se relacionan con cada uno de los seis principios de la EMR. Esto permitió, en primer lugar, plantear las preguntas que posibilitaría el trabajo de los estudiantes. En segundo lugar, permitió describir en el análisis la matematización progresiva propuesta para la enseñanza de los decimales en un contexto agrícola.

Principio	Pregunta
Actividad	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo desde la participación activa de los estudiantes se logra dar solución a situaciones problema que requieren el uso de estrategias y conocimientos matemáticos formales e informales?
Realidad	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Promueve la situación planteada el uso del sentido común, la intuición y las estrategias informales relacionando las experiencias previas del estudiante a la construcción del conocimiento matemático?
Reinvención guiada	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Mediante el desarrollo de la tarea se conjugan los roles del docente orientador y el estudiante activo? • ¿El desarrollo de la tarea permite al docente anticipar, observar y reflexionar sobre los aprendizajes los estudiantes?
Niveles	<ul style="list-style-type: none"> • ¿La tarea posibilita en el estudiante una transición entre las matemáticas informales y las matemáticas formales?
Interacción	<ul style="list-style-type: none"> • ¿El desarrollo de la tarea evidencia las particularidades de cada estudiante en la forma de resolver la situación propuesta? • ¿La tarea contribuye al trabajo cooperativo en grupos heterogéneos de estudiantes?
Interconexión	<ul style="list-style-type: none"> • ¿El diseño de tarea permite establecer coherencia a través del currículo de matemáticas y otras áreas del conocimiento? • ¿Mediante el desarrollo de la tarea se pueden establecer conexiones con el entorno de los estudiantes involucrando los conocimientos matemáticos?

Tabla 1. Preguntas que orientan el diseño y análisis de las tareas.

Fuente: Autores

Con base en la pregunta central y la tabla 1, se propuso tres tareas con la intención de abordar las siguientes preguntas auxiliares: ¿cómo sembrar de manera correcta las semillas de hortalizas teniendo en cuenta el terreno disponible?, ¿cómo proteger con técnicas naturales los sembrados de hortalizas de las plagas que las asechan? y ¿cómo abonar el terreno de acuerdo al área de siembra?

Teniendo como referencia lo anterior, se diseñó la primera tarea a partir de los principios de actividad y reinención guiada. Con la tarea se buscó que los estudiantes emplearan sus conocimientos acerca de las mediciones de longitudes y superficies con patrones arbitrarios y luego utilizaran la cinta métrica como unidad de medida estandarizada para realizar otros cálculos. Posteriormente, se presentó una lista de hortalizas para cultivar en la huerta escolar, especificando las distancias propicias entre plantas e hileras para generar procesos de siembra eficiente y se pidió a los estudiantes que seleccionaran una de ellas, que pudiera sembrarse de forma directa; es decir, que no requiriera de semillero. Además, se solicitó tener en cuenta los datos del área del terreno de siembra, para determinar el número de hortalizas que se podrían sembrar.

Para la segunda tarea, se abordó las unidades de masa y unidades de capacidad desde la adecuación del terreno de siembra con la mezcla de abono orgánico, que requirió del manejo de la proporción 1 de abono por 3 porciones de tierra. Para lo anterior, se utilizaron equivalencias acordes a la cantidad de materia que se depositó en los recipientes. En esta tarea, se destacan los principios de actividad e interconexión, ya que, se desarrolló un trabajo cooperativo que permitió identificar diferentes estrategias para abordar la pregunta planteada, utilizando el material concreto y las orientaciones del docente.

En el diseño de ésta tarea se utilizó las hojas de cálculo del Excel, reconociendo, como plantea Coll (2008), que es una herramienta que contribuye a la comprensión de relaciones entre diferentes variables, lo que supone uno de los usos reales de las TIC, en donde, se configuro un instrumento de mediación entre los estudiantes y el contenido o la tarea de aprendizaje, con el objetivo de organizar en una tabla datos numéricos relacionados con la siembra de hortalizas.

La tabla dispuesta tenía como propósito que los estudiantes analizaran, compararan y organizaran los datos sobre la composición de aportes nutricionales de estiércol seco.

También se propuso conocer los niveles de nitrógeno, fósforo y potasio de un producto de abono procesado, para reconocer que este es empleado en cultivos a gran escala, en donde es necesario el uso de una gramera o dosificador para abonar cada planta, teniendo en cuenta los requerimientos del terreno.

En la tercera tarea se propuso trabajar las relaciones entre las medidas de capacidad y volumen, empleando dosificadores de diferente forma, los cuales tenían como unidad de medida números enteros y decimales. Esto permitió a los estudiantes manipular y observar las relaciones en el contenido de otros recipientes de mayor capacidad. Para esta tarea el litro fue la unidad de referencia para establecer una relación con su representación decimal. En este momento se presentan otras medidas de capacidad que también son usadas en el contexto de siembra (onza, botella, galón, barril).

4. RESULTADOS DE ACUERDO AL ANÁLISIS DE LAS TAREAS DISEÑADAS-

Como se mencionó, el diseño se consolidó a partir de tres tareas y para la presentación de resultados se hará referencia a cada una de ellas según el tipo de análisis realizado para la matematización horizontal y vertical.

4.1. Tarea 1 - Matematización horizontal

A través de la primera tarea, los estudiantes participaron en una exploración heurística, en donde, basados en su experiencia y conocimiento del contexto, plantearon estrategias para calcular el perímetro y el área de un terreno. Esto generó retos al abordar de manera gradual las propiedades de las representaciones numéricas.

Pese a estar con contacto diario en el contexto de la agricultura, los estudiantes manifestaron que para ellos no es usual el uso del metro como unidad representativa de medida de longitud. La profesora del curso introdujo en la clase la cinta métrica y otros elementos del sistema métrico decimal; con base en ello, generó experiencias para realizar equivalencias entre centímetros y metros.

En cuanto a la búsqueda del perímetro del terreno, los estudiantes debieron utilizar los algoritmos convencionales para operar con decimales; a pesar de la similitud operativa de estos algoritmos con los de los números enteros, se encontró que los estudiantes cometían errores de cálculo que se derivaron del no reconocimiento del valor posicional de los

dígitos. En coherencia con Centeno (1997), la comprensión de las operaciones debe trascender la mera ejecución de rutinas, debe permitir que los estudiantes construyan sus significados de la escritura decimal de los números o a partir de la adición de fracciones. En relación con el cálculo de la superficie del terreno, los estudiantes debían multiplicar números decimales, siendo la operatividad del producto de mayor complejidad que las operaciones aditivas, pues al multiplicar, el producto no tiene el mismo número de cifras decimales que los factores, de esta manera, el paso de la multiplicación de los naturales a los decimales no es inmediato. Centeno (1997) se refiere a que en el producto por números decimales rompe el modelo aprendido en los naturales en obtener un número más grande cuando se multiplica por otro, retomando particularmente los números inferiores a la unidad. La imagen 1 ilustra el uso de patrones estandarizados y arbitrarios que emplearon los estudiantes para dar solución a las consignas propuestas en la tarea 1.



Imagen 1. Estudiantes hallando el perímetro y área del terreno de siembra empleando unidades patrón arbitraria y estandarizada, consigna correspondiente a la tarea 1.

Fuente: Autores

4.2. Tarea 1 - Matematización vertical

El trabajo con la herramienta Excel se plantea como elemento potenciador para la construcción de las representaciones decimales, sin pretender ahondar en el manejo de sus elementos; así pues, en esta tarea los estudiantes mostraron motivación al explorar el trabajo con el uso de las TIC. Con respecto al registro de la información de las medidas de perímetro y área del terreno, se observó que algunos estudiantes no ubicaban el punto de las medidas expresadas en notación decimal, extendiendo las reglas de los números naturales;

por tanto la orientación permanente de la profesora permitió conocer la asignación a los números que se encuentran después de la coma y su significado de acuerdo al valor posicional; no obstante, en esta primera tarea, la matemátización vertical inicia el proceso de reinención donde el contexto permite trabajar el objeto matemático de interés. Así pues, la organización de la información les permitió observar el uso de las representaciones decimales en contexto.

4.3. Tarea 2 - Matemátización horizontal

Mediante el desarrollo de esta tarea los estudiantes trabajaron con las unidades de masa, para ello, se empleó el gramo y el kilogramo como unidades representativas para denotar el peso, estas unidades son usuales o renombradas para los estudiantes; para ello, se empleó una balanza (conocida como gramera en el contexto local) como instrumento para determinar la masa que posee una bolsa con abono. Estas bolsas de abono deben ser distribuidas para cada planta del cultivo en pequeñas cantidades de acuerdo a las propiedades del terreno y las necesidades de la planta y por ende se deben establecer las porciones en gramos y para ello, se hace uso de dosificadores o una balanza. Esta tarea permitió a los estudiantes trabajar las representaciones en fracción decimal como su equivalencia en número decimal. Se centró la atención en la graduación de la gramera y las unidades demarcadas, desde lo cual, se generó la subdivisión de la unidad representativa de medida.

En relación con lo anterior, Freudenthal (1983) plantea que, en la fracción, las partes y el todo se comparan numéricamente según sus medidas; la cuestión de cuántas veces una parte cabe en un todo es significativa, sólo si uno ha acordado bajo qué condición se consideran las partes como equivalentes. El criterio puede ser un número o un valor de cierta magnitud. También, los estudiantes establecieron relaciones de proporción a partir del acercamiento con la fracción como razón que es retomada en el abono del terreno con material orgánico en relación con la tierra carente de nutrientes. Al respecto, se trabaja de manera simultánea las representaciones en fracción y notación decimal.

4.4. Tarea 2 - Matematización vertical

En el desarrollo de la segunda tarea se realizó un trabajo cooperativo, en donde se distribuyeron roles y se desarrolló la exploración del trabajo del fertilizante del terreno y el uso de los conocimientos matemáticos que son necesarios para estas actividades agrícolas. En este sentido, la orientación del docente se dio a través de cuestionamientos que aparecen en la medida que se fue avanzando en el desarrollo de la tarea. Se promovió que los estudiantes hicieran uso de sus conocimientos previos sobre la agricultura y la matemática. A continuación se registra una de las observaciones que realizó la profesora a un estudiante mientras desarrollaba la tarea e incurrió en un error al escribir 96 cuando debía escribir 0,96. Esto evidenció que aún se encuentra en el proceso de comprender el significado del cero en los números decimales en su representación decimal periódica finita.

Profesora: ¿Con qué dato iniciaste el menor aporte de magnesio en materia orgánica?

Estudiante: con la del cerdo

Profesora: y ¿por qué colocaste 96 si en la tabla aparece 0,96?

Estudiante: porque como el cero no es nada, entonces no lo coloqué.

Profesora: Pero recuerda que ese cero significa que hay cero unidades y las cifras después de la coma son nueve décimas y seis centésimas, lo cual es diferente a noventa y seis unidades.

(Orientación de la profesora en el proceso en el que una estudiante ordena los datos. Retomado a partir del registro en video.)

4.5. Tarea 3 - Matematización horizontal

En la primera consigna de la tarea, los estudiantes emplearon dosificadores graduados en escala de 2,5 ml a 15 ml, lo que les permitió trabajar las unidades de capacidad y hacer estimaciones de la cantidad de líquido que posee un recipiente. Así mismo, al trabajar la situación en la que se planteaba la división de cinco recipientes de 200 ml para conformar 1 litro, se logró abordar las relaciones entre representaciones fraccionarias y decimales. Mediante este trabajo los estudiantes también reconocieron la pertinencia de medir la

cantidad de líquido necesaria al realizar mezclas en la elaboración de insecticidas naturales y más aún en los cultivos que emplean agroquímicos, puesto que la saturación de estos productos afecta tanto al cultivo, como a los agricultores y a los consumidores de estos alimentos.

Para los estudiantes las relaciones entre las diferentes representaciones numéricas que hacen referencia a una misma cantidad, no han sido trabajadas de manera simultánea de acuerdo a la estructura curricular y por ende les es complejo la comprensión de los significados. En la figura 6, se observa a los estudiantes desarrollando la tercera tarea.

4.6. Tarea 3 - Matematización vertical

En la fase final del diseño se desarrolló la tercera tarea, en donde, se utilizaron los espacios destinados para la siembra de hortalizas; fue necesario retomar algunos conocimientos matemáticos trabajados, a partir de un trabajo colaborativo.

En la implementación de la tarea con los números decimales, se observó que dotar de significado a las representaciones numéricas es un proceso que requiere un arduo trabajo, puesto que, si bien los estudiantes fácilmente pueden reconocer, leer y operar con números decimales, esto no significa que comprendan las propiedades de estas representaciones numéricas, ni la diversidad de contextos desde los cuales se estructuran y los diferentes usos que se pueden otorgarle. En relación Ordoñez y Quintero (2000) se refieren a que el tratamiento didáctico del número decimal en la escuela, se ha presentado de manera que se fortalece en el desarrollo de procedimientos sin significados ni y con poca conexión con la realidad.

A continuación, se ilustra en la imagen 2 la fase final de la tercera tarea, en la que los estudiantes hacen un trabajo práctico, según el desarrollo de las consignas planteadas en cada una de las tareas.



Imagen 2. Siembra de semillas teniendo en cuenta las distancias propicias entre plantas e hileras.

Fuente: Autores

En el desarrollo de las tareas propuestas los estudiantes hicieron parte de un proceso aprendizaje en donde emplearon sus conocimientos e intuición, mediante métodos pre-formales para llegar a niveles más complejos de abstracción, como lo plantea Arcavi (2006). En relación al trabajo realizado con los números decimales, se destaca de manera puntual aspectos que el docente debe tener presente en cada una de las tareas y que consideramos que consideramos importante colocar en discusión.

Para la primera tarea el docente debe reconocer que se pueden originar conflictos de significado, a nivel lingüístico, conceptual, procedimental, proposicional y de argumentación, como lo señala Konic et al. (2010). Además debe tener presente que la estructura decimal de nuestro sistema de medidas es lo que obliga a anticipar su enseñanza antes de haber alcanzado un grado adecuado de madurez para su comprensión.

Sobre la segunda tarea, es importante reconocer que se debe presentar a los estudiantes distintas representaciones del objeto de estudio, para posibilitar la adquisición de un conocimiento más amplio o con mayor claridad de lo que se pretende que él aprenda, pues es erróneo pensar que los estudiantes aprehenden los conocimientos que se desean desarrollar solo por exponer una representación correcta de los mismos; en este sentido, Flores y Rothery (2014) afirman que cuando un estudiante no posee las competencias empleando cierto tipo de representación, no significa que él no comprenda los conceptos,

puesto que es probable que sea capaz de trabajar los conocimientos en otro tipo de representación.

En la tercera tarea se plantea de fondo que el hacer matemáticas es una actividad humana, intrínsecamente social, en la cual el contexto como el de la siembra cobran especial importancia, por que desafían los niveles de pensamiento, analizando la pertinencia de las estrategias planteadas por los estudiantes y la manera en que se construyen modelos matemáticos.

5. CONSIDERACIONES FINALES E IMPLICACIONES DEL ESTUDIO

Como se mencionó en la primera parte, la propuesta se estructuró tomando como referente la Educación Matemática Realista. Esta perspectiva de estudio permitió consolidar los acontecimientos y fenómenos agrícolas como un contexto autentico, en donde, se propició procesos de matematización, lo cual, se describió en el apartado anterior con la intención de presentar cómo fue su desarrollo.

De acuerdo con lo anterior, el contexto juega un papel fundamental, pues, es a partir del componente agrícola que se crean las tareas, que conllevan a que los estudiantes construyan los aprendizajes matemáticos que relacionan el trabajo con las representaciones decimales a partir de la medida; no obstante, el contenido curricular en el nivel de Educación Básica Primaria que enmarca los sistemas de representaciones de números fraccionarios y decimales es amplia.

Asimismo, desde el punto de vista didáctico, el aprendizaje de los números racionales en su representación decimal periódica finita genera en los estudiantes dificultades, puesto que no se trata únicamente de leer y operar con estas representaciones numéricas; sino que, a partir de ellas, puedan trabajar las equivalencias entre fracciones decimales, relaciones porcentuales y, de manera progresiva, abstracción de propiedades de los números decimales diferentes a las de los números naturales con los que han trabajado hasta el momento; como el significado del cero en las cifras después de la coma, así como romper el esquema de determinar la comparación de números a partir de la cantidad de cifras, realizar operaciones aditivas y multiplicativas con los números racionales, así como entre naturales y decimales que surgen de la necesidad de resolver situaciones relacionadas a la medición de magnitudes.

Como se mencionó en diferentes momentos, el trabajo desarrollado estuvo interesado en realizar una propuesta que reconociera el contexto de los estudiantes y su relación con conocimientos asociados con los números decimales; Brousseau (1998) citado por Chamorro, De María, Duval, Pérez, Ruiz, Salín, y Vecino (2004, p.225) afirma que la enseñanza de los decimales, como la numeración, plantea un problema didáctico que presenta dificultades y que es importante potenciar su trabajo en la escuela, puesto que los niños suelen acercarse a la noción de los decimales a partir de la resolución mecánica basada en algoritmos, limitando a los estudiantes en su comprensión racional.

En este sentido, el diseño de tareas propone el uso de los números decimales sin trabajar con antelación definiciones y ejemplos de procedimientos operacionales que encasillan el algoritmo, puesto que se plantea a través de los principios de EMR que los estudiantes puedan trabajar a partir la observación y experimentación tanto de manera grupal, como individual, y, con base en ello, ir construyendo el conocimiento desde una fase pre-formal. No obstante, es necesario que el profesor busque diversas estrategias para anticipar los sucesos que pueden generarse en la implementación del diseño.

A modo de cierre, se considera importante avanzar en una indagación que permita determinar ¿cómo potenciar el aprendizaje de los números decimales en un contexto de medida a partir de un enfoque de la matemática realista?; así mismo, ¿de qué manera, los recursos TIC aportan en el aprendizaje de los números decimales en un contexto de medida a partir de un enfoque de la matemática realista?

En este sentido, Castro (2001) plantea el interrogante ¿qué enseñar antes, las fracciones o los decimales?, puesto que en la escuela la enseñanza de los decimales habitualmente se ha realizado después del estudio de las fracciones, generando una secuencia de las fracciones decimales como caso particular de las fracciones y así realizar el paso a la representación en notación decimal.

Por otra parte, no hay impedimento para que la construcción de los números decimales se trabaje antes de las fracciones. Así lo afirma Castro (2001), refiriéndose a que algunos investigadores han puesto de manifiesto que es posible realizar primero el estudio de los decimales precedido de las fracciones, sin que ello suponga una pérdida de eficacia. En el presente trabajo se propone construir el aprendizaje simultáneo de estas representaciones

numéricas, a partir del contexto agrícola y la medición de las magnitudes que son mayormente utilizadas en dicho contexto.

También, se hace necesario generar un análisis con mayor profundidad y amplitud respecto al trabajo realizado, teniendo en cuenta que se acotó las expresiones decimales, puesto que, se realizó únicamente un acercamiento a los números decimales. En relación con lo anterior, Castro (2001) afirma que, una de las ventajas que presenta la notación decimal desde el trabajo con decimales finitos, frente a otro tipo de notación, es que los algoritmos de las operaciones con este tipo de representaciones numéricas son una extensión de los algoritmos de las operaciones con los números naturales, las cuales son familiares en los estudiantes que cursan la escuela básica primaria. Además, desde su contenido matemático señala que todo número racional está representado por un decimal finito o por un decimal infinito periódico; en suma, todos los decimales finitos y todos los decimales periódicos son números racionales. En cuanto a la aproximación o redondeo hay un decimal finito tan próximo como se quiera a cualquier número racional.

REFERENCIAS

- Arcavi, A. (2006). Lo cotidiano y lo académico en matemáticos. *Números Revista de Didáctica de la matemática*, 63, 3-23.
- Arrieta, J. (2011). *Las prácticas sociales de modelación como procesos de matematización en el aula* (tesis doctoral). Cinvestav, IPN, México.
- Ávila, A. (2008). Los Profesores y los decimales. Conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber cuasi invisible. *Educación matemática*, 20 (2), 5-33.
- Becerra, J. (2008) Marco conceptual sobre la descripción de las concepciones sobre didáctica de las matemáticas. *Revista Actualidades Pedagógicas*. (91-101) N°52, Agosto –Diciembre.
- Beltrán, P. y Camargo, C. (2013). *Diferencia entre el número racional, número fraccionario, número decimal, expresión decimal y fracción desde la perspectiva de futuros licenciados en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional*. Trabajo de pregrado. Bogotá, D. C. Universidad Pedagógica Nacional.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W. & Niss, M. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.
- Borja, D. (2016). Propuesta pedagógica: matemáticas en contexto. *Revista Rutas de formación: prácticas y experiencias*, 3, 58-65. Doi: 10.24236/24631388.n3.2016.636

Toledo Chicaiza, Z. P., & Cruz Rojas, G. A. (2018). Una propuesta para la enseñanza de los números decimales en un contexto agrícola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 116-138.

Biembengut, M. S. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16 (2), 105-125.

Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S. y Zolkover, B. (2016) *Educación Matemática Realista Bases Teóricas*. GPDM. Bariloche- Argentina. Recuperado de file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Modulo_teoría_EMER-Final.pdf

Bressan, A. (2006). *Principios de la educación matemática realista*. Argentina: GPDM Bariloche. Recuperado de <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2017/06/DOC1-principios-de-educacion-matematica-realista.pdf>

Camelo Bustos, F., Perilla Triana, W. y Mancera Otriz, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.

Castro, E. (2001). Números decimales. En *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (315-345). Editorial Síntesis.

Chamorro, M; De María, J; Duval, R; Pérez, R; Ruiz, L; Salín, M; Vecino, F. (2004). *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*. España: Secretaria General Técnica- Colección: Aulas de verano. 189-232

Coll, C. (2008). Análisis de los usos reales de las TIC en contextos educativos formales: Una aproximación sociocultural. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 10(1), 1-18.

Flores, A. y Rothery, T. (2014) Orden y distancia de fracciones y decimales en la recta numérica: El caso de Abigail. *AIEM. Avances de investigación en Educación Matemática*, 5, 73-90

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel. (Traducción de Puig, L.) publicada en *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Textos seleccionados. México: CINVESTAV, 2001. 1-49.

Gómez, B. (2010). Concepciones de los números decimales. *Revista de Investigación en Educación*, 8, 97-107

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models May foster the Constitution of formal Mathematics, *Mathematical Thinking and Learning*. 1(2), 155-177.

Henao, S. y Vanegas J. (2012). *La modelación matemática en la modelación matemática realista: Un ejemplo a través de la producción y usos de modelos cuadráticos*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México D.F. McGraw Hill.

Konic, P., Godino, J., y Rivas, M. (2010). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. *Revista Números. Didáctica de las matemática*, 74, 57 -74

- León, O. (2013). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Doctorado Interinstitucional en Educación. Bogotá-Colombia: Universidad Pedagógica Nacional de México.
- Martínez, S. (2017). *Ruta del aceite de oliva bajo una mirada matemática*. Trabajo final de grado. Universitat Jaume. Recuperado de <http://hdl.handle.net/10234/172497>
- Martínez, M. (2006). *La investigación cualitativa (síntesis conceptual)*. *Revista de Investigación en Psicología*, 9(1), 123-146.
- Mochón, S. y Morales, M. (2010). En qué consiste el conocimiento matemático para la enseñanza de un profesor y como fomentar su desarrollo: Un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática*, 22, (1), 87-113.
- Muñoz, L., Londoño, S., Jaramillo, C. y Villa-Ochoa, J.A. (2014). Contextos Auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 42, 48-67. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/download/494/1028>
- Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., y Villa-Ochoa, J. (2017). Conceptualisation of the Role of Competencies, Knowing and Knowledge in Mathematics Education Research. In G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 235–248). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_15
- Ordóñez, J. y Quintero, M. (2000). *Una alternativa en tratamiento didáctico de medidas de longitud y su expresión decimal*. Trabajo de pregrado. Universidad del Valle. Cali-Colombia.
- Rendón-Mesa, P., Duarte, P., y Villa-Ochoa, J. (2016). Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. *Revista de La Facultad de Ingeniería U.C.V.*, 31(2), 63–77.
- Ruiz, J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Treffers (1987). *Three Dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction. The wiskobas Project*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Valero, P. (2006). *¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática*. Foro educativo nacional - Año de las competencias matemáticas. Colombia: MEN, Revolución educativa-Colombia aprende.
- Villa-Ochoa, J. y Berrío, M. (2015). Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning*, (pp.241–250), Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_19

Toledo Chicaiza, Z. P., & Cruz Rojas, G. A. (2018). Una propuesta para la enseñanza de los números decimales en un contexto agrícola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 116-138.

Villa-Ochoa, J. A; Castrillón-Yepes, A. & Sánchez-Cardona, J. (2017).Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219-251.